

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОНІКИ

КАФЕДРА МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

Борисов О.В.

“ ____ ” _____ 20__ р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

з напрямку підготовки 6.050801 мікро- та наноелектроніка

на тему: «Метод вимірювання параметрів матеріалів на основі композитного
мікрострічкового резонатора»

Виконав студент 2 курсу, групи ДП-82мп

Лапа Володимир Олександрович

Керівник проф., проф., д.ф.-м.н. Поплавко Ю. М.

Консультант з нормоконтролю проф., доц., к.т.н. Орлов А. Т.

Консультант з інформаційних питань доц., к.т.н. Діденко Ю. В.

Консультант з електроніки НВЧ доц., к.т.н., доц. Татарчук Д.Д.

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань

Лапа В.О.

Київ – 2019 року

Реферат

На сьогодні зв'язкові системи є дуже розвинуті, а це приводить до виникнення інформаційної мережі, охоплюючої весь світ. Надійність та ефективність функціонування такої глобальної мережі дуже залежить від якості пристроїв приймання, обробки інформації та передавання. Це викликає необхідність розробляти нове більш ефективне обладнання, що є неможливим, якщо не використовувати експериментальні дослідження матеріалів.

Метою роботи є пошук формули для обчислення ефективної діелектричної проникності на основі композитного мікрострічкового резонатора (КМР).

Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг становить 82 сторінки. Робота включає 13 рисунків та 28 таблиць.

Ключові слова: діелектричний резонатор, резонансна частота, діелектрична проникність.

Abstract

Today, the communication systems are very advanced, which leads to the emergence of an information network that covers the whole world. The reliability and efficiency of such a global network depends very much on the quality of the receiving, processing and transmitting devices. This necessitates the development of new, more efficient equipment, which is impossible unless experimental material research is used.

The aim of this work is to find a formula for calculating the effective dielectric constant based on a composite microstrip resonator (CMR).

The work consists of an introduction, four sections, conclusions, a list of sources used and applications. The total volume is 82 pages. The work includes 13 figures and 28 tables.

Keywords: dielectric resonator, resonant frequency, dielectric constant.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП	6
1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ	8
1.1. Методи вимірювання НВЧ параметрів матеріалів	8
1.2. Застосування комбінованих структур для вимірювання НВЧ параметрів матеріалів.....	15
1.3. Залежність резонансних частот КМР від геометричних та електрофізичних параметрів.....	23
1.4. Похибка вимірювання резонансної частоти КМР	31
1.5. Власна добротність композитних мікрострічкових резонаторів.....	33
2. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕФЕКТИВНОЇ ПРОНИКНОСТІ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ	36
2.1. Формула Максвелла-Гарнета	36
2.2. Формула Браггемана	61
3. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	63
4. РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ	67
ВИСНОВКИ	78
Список використаних джерел	79

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

КМР – композитний мікροстрічковий резонатор

НВЧ – надвисокі частоти

$tg\delta$ – тангенс кута діелектричних втрат

f_0 – резонансна частота

Q_0 – добротність

ε – діелектрична проникність

ЕПТ – електронно-променева трубка

ВСТУП

На сьогодні зв'язкові системи є дуже розвинуті, а це приводить до виникнення інформаційної мережі, охоплюючої весь світ. Надійність та ефективність функціонування такої глобальної мережі дуже залежить від якості пристроїв приймання, обробки інформації та передавання. Це викликає необхідність розробляти нове більш ефективне обладнання, що є неможливим, якщо не використовувати експериментальні дослідження матеріалів.

Метою роботи є пошук формули для обчислення ефективної діелектричної проникності на основі композитного мікροстрічкового резонатора (КМР).

Для досягнення цієї мети необхідно зробити наступне:

- проаналізувати методи вимірювання параметрів матеріалів на основі КМР;
- дослідити залежності резонансних частот КМР від його геометричних параметрів;
- проаналізувати похибки вимірювання при використанні методів на основі КМР;
- розрахувати залежності ефективної діелектричної проникності, хвильового опору та резонансної частоти від геометричних розмірів;
- перевірити залежності, що отримали експериментально.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, що розроблюються на кафедрі.

Робота виконана в рамках держбюджетної теми "Керовані частотоселективні пристрої НВЧ на основі відрізків неоднорідних ліній".
Номер держреєстрації 0117U006755.

Об'єктом дослідження є композитні мікροстрічкові резонатори.

Предметом дослідження є електродинамічні властивості і характеристики композитних мікροстрічкових резонаторів.

Методика наукових досліджень включає: обчислювальні методи електродинаміки, методи вирішення математичних задач на ЕОМ.

1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ

1.1 Методи вимірювання НВЧ параметрів матеріалів

На сьогодні найпоширенішими методами є методи, де використовують коаксіальні пробники, лінії передачі, об'ємні резонатори та вимірювання у вільному просторі.

Аналіз якості кожного методу показав, що універсального методу не існує и бути не може, тому що у кожного матеріалу є свої унікальні властивості.

Є декілька пар величин, які характеризують діелектричні властивості будь-якої речовини. Так, в рівняння Максвела входять провідність σ та відносна діелектрична проникність ϵ . В другому варіанті формального трактування властивостей діелектриків існує поняття комплексної діелектричної проникності. У діелектриків втрати характеризують тангенсом кута діелектричних втрат $\text{tg}\delta$, який пов'язаний з уявною частиною відносної проникності співвідношенням $\epsilon'' = \epsilon' \text{tg}\delta$ [8].

При проведенні оптичних та квазіоптичних вимірювань використовують другу пару параметрів – зсув фази ψ та коефіцієнт відбиття r відбитого вектора напруженості електричного поля, або вводять комплексний показник заломлення:

$$\dot{n} = n - jk.$$

Співвідношення, що пов'язують комплексний показник заломлення та комплексну діелектричну проникність мають вигляд:

$$\begin{aligned}\epsilon' &= n^2 - k^2; \\ \epsilon'' &= 2nk.\end{aligned}$$

Таким чином, якщо експериментально визначити хоча б одну пару величин, то можливо знайти і всі інші величини, що характеризують діелектрик. Щодо ліній з однорідними діелектриками, ці співвідношення записуються наступним чином:

$$\beta_z'^2 - \alpha^2 = \left[(1 - \varepsilon') \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_0} \right)^2 - 1 \right] \left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^2;$$

$$2\beta_z' \alpha = \varepsilon'' \left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^2,$$

де λ_0 та λ_B – довжина хвилі у вільному просторі та у лінії передачі відповідно.

Взагалі методи НВЧ вимірювання діелектриків поділяються на декілька груп – резонансні та нерезонансні. На початку досліджень діелектриків і сегнетоелектриків широко використовувались хвильоводні методи у сантиметровому діапазоні частот. Це можна пояснити тим, що їх застосування є дуже корисним при вимірюванні діелектриків з низькою діелектричною проникністю [2]. При дослідженні діелектриків з великою діелектричною проникністю, високим значенням коефіцієнта стоячої хвилі та малим фазовим зсувом були вжито спробу зниження похибки вимірювання завдяки використанню діелектричних трансформаторів.

Але слід зазначити, що вони не тільки ускладнюють математичний апарат обробки результатів вимірювань, а й вимагають більш ретельної підготовки зразків та проведення самих вимірювань. Ось тому застосовуючи трансформаторні методи з'являється різниця даних, яку отримали різні дослідники [5].

В більшості випадків це обумовлюється тим, що можливості приладів, якими проводились вимірювання, були обмежені технічно. Так, частіше за все використовували вимірювання на одній фіксованій частоті, які ще називаються “одноточкові”. За умови сильного відбивання це призводить до великого зростання похибок вимірювання. Нові панорамні вимірювальні комірки, де використовують перебір частот дають можливість значно підвищити точність вимірювань одним із методів: методом передачі або короткого замикання.

Окрім хвильоводних методів короткого замикання, передачі та нескінченного шару з діелектричними трансформаторами було розвинено нерезонансні

методи. Вони засновані на вимірюваннях, при яких використовуються коаксіальні лінії.

Для того, щоб зразок, який досліджуємо, знаходився в однорідному НВЧ полі, треба дотриматись головної умови при застосуванні коаксіальної лінії - квазістаціонарності. Наш зразок вміщуємо у торцевий зазор центрального провідника коаксіальної лінії. Так ми утворюємо вимірювальний конденсатор і його повний ємнісний опір вимірюємо експериментально. Розрахувавши ємність зразка за допомогою вимірної ємності всього конденсатора розраховуємо діелектричну проникність.

Ще потрібно прирівняти статичну та високочастотну ємність зразків. Для цього необхідно виконати умови квазістаціонарності, які визначають границі застосування методу: зразки мають бути малими за розмірами, тим менші, чим вища діелектрична проникність і чим вища частота, на якій проводяться вимірювання. Але при цьому постійно з'являються методичні похибки через те, що справжній конденсатор не відповідає його моделі. Але, як зазначається у [4], метод коаксіальної лінії з виконанням умов квазістаціонарності застосовують тільки на частотах до 3 ГГц, де у діелектричній проникності невеликі значення.

В іншому напрямку застосувань коаксіальної методики можна відмовитися від статичних уявлень у вимірювальному конденсаторі. Електродинамічна теорія поля – основа для кожного математичного методу. Комплексну діелектричну проникність визначають за значенням повного входного опору зразка у радіальній лінії. Так само враховують трансформацію опорів у вимірювальній лінії.

Можливість дослідити один зразок у широкому діапазоні частот – головна перевага методу, де використовують коаксіальні лінії. Але для того, щоб застосовувати ці методи, треба точно виготовляти та підготовувати зразки.

Інша група методів для визначення комплексної діелектричної проникності засновується на резонансних методах. Методи почали все більш розвиватися

завдяки їх здатності при певних умовах вимірювати діелектричну проникність з меншою похибкою.

Взагалі існує кілька резонаторних методик, але зазвичай вони реалізуються за виконанням необхідної умови: геометричний розмір резонаторного об'єму має бути сумірним з довжиною хвилі у речовині.

Метод діелектричного резонатору - типовий резонансний метод, за допомогою якого визначають комплексну діелектричну проникність. При цьому сам зразок матеріалу, який досліджується – це об'ємний резонатор, пов'язаний з генератором та індикатором через поверхню об'єму. В залежності від умови експерименту, резонатори мають різну форму та по-різному вміщуються у вільному просторі між рупорними антенами [3], у хвилеводних чи коаксіальних лініях передачі або в об'ємних резонаторах [8]. Розрахунок проводять за досить простим резонансним співвідношенням, що пов'язують частоту електромагнітного поля, розміри резонатора та діелектричну проникність. Після обчислення добротності резонатора визначають і величину діелектричних втрат. Метод є простим при реалізації, хоча інколи складно зробити малі зразки складної форми. Також метод, у якому використовують діелектричний трансформатор не можна застосувати для вимірювання матеріалу з високими втратами, в тому числі і сегнетоелектриків.

Своєрідним є резонансний метод на основі НВЧ резонатору у вигляді відрізків ліній передачі, які заповнюються досліджуваною речовиною. Цей метод можна застосовувати для вимірювання матеріалів з високою діелектричною проникністю, тому що через це вимірювальні камери мають бути короткими за довжиною. Є два основних методи резонансу відрізка ліній передачі: метод резонансу прохідного відрізка лінії передачі та метод резонансу короткозамкненого відрізка лінії передачі.

Метод об'ємного резонатору є дуже точним при вимірюванні комплексної діелектричної проникності простих діелектриків з низькими втратами та низькою діелектричною проникністю. Але нажаль, він не застосовується для

вимірювання сегнетоелектриків. Отже, сьогодні виникає важлива задача, а саме надійно виміряти НВЧ-параметри сегнетоелектриків, для вирішення якої методи, що вже існують не можна застосувати безпосередньо.

В таблицях 1.1, 1.2 наведено порівняльні характеристики методів вимірювання параметрів матеріалів резонаторними методами та методами ліній передач.

Таблиця 1.1 [2]

Порівняльна характеристика резонаторних методів
вимірювання параметрів матеріалів

Метод	Вимірювана величина	Діапазон частот, ГГц	Форма зразка
Коаксіальний резонатор	ϵ	0.1–1	Тонкий диск
Циліндричний резонатор з розрідженими типами коливань	ϵ	7–12 20–25 30–35	Циліндр

Діелектричний штирьовий резонатор	ϵ, μ	2–20	Циліндр
Складений циліндричний резонатор	ϵ	4–10	Пластина
Складений штирьовий резонатор	ϵ	1.4, 2.0, 3.5, 5.6, 10.4	Пластина
Резонатор мод шепчучої галереї	ϵ	2–30	Циліндр
Резонатор-втулка	ϵ, μ	1–30	Циліндр

Таблиця 1.2 [2]

Порівняльна характеристика методів ліній передач
вимірювання параметрів матеріалів

Метод	Вимірювана величина	Діапазон частот, ГГц	Форма зразка
Повітряна коаксіальна лінія	ϵ, μ	0.0003–18	Тороїд
Прямокутний хвильовод	ϵ, μ	2.5–4.2 7.5–13	Призма
Відкритий коаксіальний щуп	ϵ	0.1–3	Рідина, пластина, порошок
Смушкові лінії на діелектричних основах (тонких плівках)	ϵ	0.05–40	Тонка плівка
Відкрита коаксіальна лінія	ϵ	0.0001–3	Рідина, порошок

Використання коаксіального пробника

Розімкнутий коаксіальний пробник являє собою зріз коаксіальної лінії передачі. Властивості матеріалу вимірюють коли занурюють пробник у рідину або при дотику до плоскої поверхні матеріалу.

Особливості методу:

- широкополосність
- простота та зручність
- обмежена точність вимірювання ϵ_r та $\text{tg}\delta$
- кращий із методів для рідин або пластичних матеріалів

Використання лінії передачі

Цей метод засновується на розміщенні матеріалів всередині замкненої лінії передачі. Зазвичай лінія передачі - відрізок прямокутного хвилеводу або повітряної коаксіальної лінії.

Особливості методу:

- широкополосність
- можливість вимірювати параметри магнітних матеріалів
- можливість вимірювати параметри анізотропів

Використання об'ємного резонатора

Метод з використанням об'ємних резонаторів умовно поділяються на дві групи. До першої відносять метод, заснований на збудженні резонансу безпосередньо в досліджуваному зразку, а до другої – внесення зразка збудження у поле опорного резонатора.

Особливості методу:

- висока точність вимірів, особливо для першої групи
- Перша група підходить для матеріалів з великою діелектричною проникністю, а друга – з низькою
- Перша група підходить для матеріалів з низькими втратами, а друга – з великими.

Вимірювання у вільному просторі

У цій групі методів зразок опромінюється за допомогою антени. Спочатку вимірюється відбитий сигнал S_{11} та сигнал, що пройшов S_{21} . На основі визначених величин розраховуються необхідні характеристики діелектричного матеріалу.

Особливості методу:

- безконтактність

- неруйнуючість
- високочастотність
- використання за високих температур
- можливість вимірювання магнітних матеріалів

Аналіз якості цих методів показав, що універсального методу не існує і існувати не може, тому що у кожного матеріалу є свої унікальні властивості.

Також цікавими є вимірювання властивостей тонкої діелектричної плівки. Зазвичай, така плівка є недоступною у вільному стані і утворює систему «діелектрична основа – діелектрична плівка». При певних модифікаціях деякі з розглянутих методів вимірювань НВЧ параметрів об'ємних матеріалів застосовують і при вимірюваннях тонкої плівки, але не вдається уникнути певних обмежень. Так, найбільш цікавими для практичних застосувань є сегнето- і параелектричні плівки. Найпоширенішим стало вимірювання ємності планарних і зустрічно-штирьових конденсаторів, а також вимірювання характеристик поширення НВЧ ліній передачі з включенням тонкої плівки.

Як зазначається у [9], в літературі не описали жодного методу вимірювань властивостей тонких сегнетоелектричних плівок, при яких можна було б виключити вплив металевих електродів на вимірювану величину діелектричних втрат.

1.2 Застосування комбінованих структур для вимірювання НВЧ параметрів матеріалів

Можливість вимірювати електрофізичні параметри НВЧ- діелектриків за допомогою діелектричного резонатора впливає з залежності основних характеристик резонатора від параметрів матеріалу, з якого він виготовлений. Маючи точну електродинамічну модель резонатора, яка описує залежності частоти і добротності від його розміру і відносної діелектричної

проникності, то по значенням f_0 , Q_0 і геометричним розмірам визначають діелектричну проникність і втрати керамічного матеріалу. Треба зазначити те, що для реалізації таких вимірювань не треба руйнувати досліджуваний зразок. Саме це і створює умову для створення неруйнівних методів вимірювання параметрів діелектриків. Так, використовують кілька методів: метод комбінованого і однорідного резонатора.

У методі однорідного резонатора діелектрична проникність ε і тангенс кута втрат $\tan \delta$ знаходять за експериментально визначеною резонансною частотою f_0 і добротністю Q_0 розглянутого типу ДР із наступним обчисленням ε за отриманими значеннями f_0 і відомого розміру резонатора, а $\tan \delta$ за отриманими значеннями добротності, причому враховуються втрати, які визначають добротність резонатора.

У методі комбінованого резонатора використовуються залежності між експериментальним значенням резонансної частоти і добротності резонатора, коли ДР - комбінована структура у вигляді опорного резонатора з відомими параметрами і досліджуваної діелектричної неоднорідності, вплив якої на опорний резонатор зводиться до деякої зміни добротності ΔQ_0 та зсуву резонансної частоти Δf_0 . Вони вимірюються експериментально і називаються інформативними параметрами, завдяки яким розраховуються значення відносної діелектричної проникності і тангенса кута втрат досліджуваного діелектрика. Так, у [5,7] розроблена методика вимірювання параметрів матеріалів методом комбінованого резонатору у випадку, коли досліджуваний матеріал є повздовжнім діелектричним включенням резонатора з Н- типом коливань.

При наявності електродинамічної моделі комбінованого резонатора з Е-типом коливань можна розробити метод вимірювань параметрів матеріалу, якщо включити досліджуваний зразок до складу комбінованої структури. Циліндричні або прямокутні резонатори, виготовлені із досліджуваного

матеріалу, геометричні розміри яких вже відомі, розміщуються між двома паралельними пластинами з металу, покритих золотом або сріблом. Одну з пластин установлюють таким чином, щоб її можна було переміщувати в напрямку, який перпендикулярний площині металічних дзеркал, і через шток прикріплюється до мікрометричного гвинта, завдяки чому можна вимірювати товщину діелектричного включення (схематичне зображення вимірювальної секції наведено на рис 1). Ця вимірювальна секція включається в одну із схем вимірювань резонансної частоти і власної добротності резонатору і визначають f_0 і Q_0 нижчого Е-типу коливань резонатору без повітряного зазору ($h = 0$). Саме за умови, коли зазор $h = 0$, похибка вимірювання товщини резонатора не впливає на результат вимірювання та розрахунку.

Потім по отриманим значенням розраховуються ε і $\operatorname{tg}\delta$.

На основі алгоритму розв'язків задач про власні коливання комбінованого резонатору можна розробити програму, що полегшить розрахунок невідомих величин.

При викладеній вище методиці вимірювань параметрів матеріалів похибки вимірювань діелектричної проникності на нижчому коливанні Е-типу визначають неточністю вимірювань поперечних геометричних розмірів зразка та неточністю визначення резонансних частот і можуть бути оцінені як похибки непрямих вимірювань при урахуванні статистичної незалежності похибки окремих вимірювань параметрів і характеристик резонаторів.

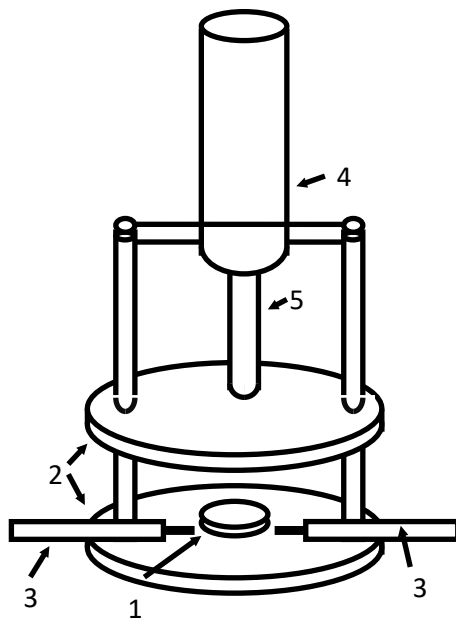


Рис. 1 Секція для вимірювання електрофізичних параметрів діелектричних матеріалів [2]

- 1-діелектричний зразок;
- 2-металеві пластини;
- 3-НВЧ кабель;
- 4-мікрометричний гвинт;
- 5-шток.

Для нижчого коливання Е-типу циліндричного резонатора :

$$\delta \approx \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial R} \delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial f} \delta f\right)^2}, \quad (1.1)$$

де R - радіус резонатора f -частота.

Для прикладу можна оцінити похибку вимірювання діелектричної проникності для резонатора, що має діаметр $D \approx 8$ мм, товщину 2 мм, діелектричну проникність $\varepsilon \approx 40$. При використанні гетеродинного частотоміра, можна виміряти частоту з відносною похибкою $\delta f \approx 0.0001$. Вимірюючи геометричні розміри резонатора з використанням мікрометра абсолютна похибка $\Delta D \approx 0.01$ мм, що для заданого діаметра дає відносну похибку визначення радіуса $\delta R \approx 0.00125$. При заданих параметрах резонатора та рівнях похибок відносна похибка становить $\delta \varepsilon \approx 0.005$, що відповідає 0.5%.

Щоб перевірити цей метод вимірювання, було виміряно діелектричну проникність зразків виготовлених з кераміки, АЛТК, ТЛ0 та ТБНС. Результати приведені у таблиці 1.3.

Тангенс кута діелектричних втрат за допомогою описаної вимірювальної секції можна розрахувати, скориставшись відомим співвідношенням [10]:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_v}, \quad (1.2)$$

де $\frac{1}{Q}$ - отримане значення втрат в вимірювальній секції з досліджуваним зразком ;

$\frac{1}{Q_d}$ - втрати енергії у досліджуваному зразку ;

$\frac{1}{Q_m}$ - втрати у металі вимірювальної секції ;

$\frac{1}{Q_v}$ - втрати на випромінювання.

Таблиця. 1.3. [5]

Результати визначення діелектричної проникності матеріалів ϵ методом ДР з Е- типом коливачів.

Розміри резонатора	Матеріал	ϵ - визначена даним методом	ϵ - довідникові дані
$\varnothing=7.2\text{мм}$, $g=3\text{мм}$	АЛТК	39.9	40
$\varnothing=2.6\text{мм}$, $g=2.8\text{мм}$	ТБНС	79.5	81
$\varnothing=2.6\text{мм}$, $g=2.8\text{мм}$	ТЛ0	39.3	40

Але практично не вдається провести вимірювання $\frac{1}{Q}$ з відносною похибкою менше 5%. Якщо похибка $\frac{1}{Q}$ 5%, то похибка вимірювання тангенса кута діелектричних втрат лежить в діапазоні 14-32%.

Також всі знають, що з часом матеріали старіють, змінюються їх властивості, тому з часом точність вимірювань стає гіршою. По особливому це впливає на визначення тангенса кута діелектричних втрат. Це може спричинятися тим, що на поверхні металевих пластин з'являються подряпини, які змінюють поверхневу провідність металу. До цього ж може привести й окислення його поверхні. Щоб уникнути цього, треба розробити процес визначення тангенса кута діелектричних втрат так, щоб зробити похибку мінімальною.

Цього можна досягти, якщо трішки ускладнити процес вимірювань і розрахунків. Для цього треба провести вимірювання при двох положеннях пластинок відносно досліджуваного зразка. В першому випадку вимірювання проводять, коли зразок щільно затиснено між пластинами так, щоб між ними не було зазору. В другому випадку вимірювання проводять, коли існує зазор між зразком і верхньою металевою пластиною. Але зазор потрібен бути настільки великим, щоб збільшуючи зазор, ми не зміщували резонансну частоту. Маючи два визначених значення добротності, отримуємо з розрахункового виразу величину, яка залежить від провідності металу, а саме δ_m способом, який наведено далі.

Для вимірних значень добротності можна записати:

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q_{д1}} + \frac{1}{Q_{м1}} + \frac{1}{Q_{Б1}};$$

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{1}{Q_{д2}} + \frac{1}{Q_{м2}} + \frac{1}{Q_{Б2}},$$
(1.3)

З урахуванням усіх виразів можна переписати 1.3 у вигляді:

$$A_1 = t \mathcal{G}_1 B_1 + \delta_m C_1 + D_1 ;$$

$$A_2 = t \mathcal{G}_2 B_2 + \delta_m C_2 + D_2 ,$$
(1.4)

де A_1, A_2 - виміряні значення втрат в системі;

$tg\delta_1, tg\delta_2$ - тангенси кутів втрат для першого і другого вимірювання відповідно (резонансні частоти відрізняються, тому вони теж будуть відрізнятися) ;

Враховуючи залежність $tg\delta_i, \delta_{mi}$ від частоти, з 1.4 маємо

$$A_1 = t \mathcal{G}_1 B_1 + \delta_m C_1 + D_1 ;$$

$$A_2 = t \mathcal{G}_1 \frac{f_2}{f_1} B_2 + \delta_{m1} \frac{\sqrt{f_1}}{\sqrt{f_2}} C_2 + D_2 ,$$
(1.5)

де f_1, f_2 - резонансні частоти в першому і другому випадку відповідно.

В результаті отримуємо систему двох рівнянь з двома змінними $tg\delta_1, \delta_{m1}$.

Отримаємо з системи 1.6 вираз для обчислення $tg\delta_1$

$$t \mathcal{G}_1 = F_B \frac{A_1 - D_1 + C_B F_B D_2 - C_B F_B A_2}{F_B B_1 - C_B B_2},$$
(1.6)

$$\text{де } C_B = \frac{C_1}{C_2}, F_B = \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}.$$

З цим виразом можна виключити похибку, пов'язану зі станом поверхні металу.

Провівши дослідження можна сказати, що цим методом можна вимірювати в сантиметровому діапазоні діелектричну проникність і тангенс кута діелектричних втрат матеріалів з достатньою точністю. Похибку вимірювання можливо зменшити, якщо більш точно вимірювати геометричні розміри зразків. Це можливо зробити двома шляхами: або завдяки вимірюванням розмірів зразків більш точним (і більш дорогим) методом або завдяки вибору для вимірювань максимально можливого розміру. При виконанні цих умов можливо досягти значної точності при вимірюваннях параметрів діелектричних матеріалів. Метод є дуже простим, також можна використовувати для вимірювань стандартну апаратуру. Але також є недоліки. Цим методом складно виміряти параметри газів, тонких плівок, рідин та матеріалів з низькою діелектричною проникністю.

У таких випадках можна скористатися методом комбінованого діелектричного резонатора з Е- типом коливаль. Цей метод відрізняється тим, що досліджують властивості не самого зразка, а комбінованої структури, що складається з опорного резонатора з відомими характеристиками і зразку, який грає роль діелектричного включення [10]. Інформативними параметрами є зміна добротності та резонансної частоти структури при включенні до неї зразка відносно резонансної частоти та добротності опорного резонатора, які були виміряні цим методом. В цьому випадку відносна похибка визначається виразом:

$$\delta\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial R}\delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial f}\delta f\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial g}\delta g\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial h}\delta h\right)^2}, \quad (1.7)$$

де g, h - відповідно товщини опорного резонатора та досліджуваного зразка .

До недоліків цього методу треба віднести те, що прийнятну точність визначення ε можна отримати тоді, коли діелектрична проникність резонатора значно відрізняється від діелектричної проникності зразка.

І на сам кінець слід відзначити, що резонансна частота дуже чутлива до зміни товщини області включення, і на основі цього методу можна розробити методику для вимірювання товщини плівок. А це можна використати при побудові пристроїв неруйнівного технологічного контролю товщину нанесених на підкладинки плівок.

1.3 Залежність резонансних частот КМР від геометричних та електрофізичних параметрів

Досліджуючи резонатори з різною геометричною формою і різні частотні діапазони, можна відзначити зміну розмірів, що залежать від частотного діапазону, на які вони розраховані [2]. Тому резонансна частота КМР подається у вигляді нормованих хвильових чисел, що не залежать від абсолютних значень геометричних параметрів КМР і частотного діапазону:

$$\sqrt{\varepsilon_1}kR, \sqrt{\varepsilon_1}kh, \sqrt{\varepsilon_1}ka, \quad (1.8)$$

де ε_1 – відносна діелектрична проникність матеріалу ДР; $k = \frac{2\pi f_0}{c}$ – резонансне хвильове число; a – довжина ребра прямокутного паралелепіпеду; c – швидкість світла у вакуумі; h – товщина півдиска, порожнистого півдиска,

прямокутного паралелепіпеду і прямокутного паралелепіпеду з циліндричним отвором; R – радіус півкулі, півдиска і зовнішній радіус порожнистого півдиска; f_0 – резонансна частота.

Якщо подати частоту резонатора в нормованому вигляді, то це дасть нам можливість перерахувати її значення при масштабуванні резонатора, не розв'язуючи електродинамічну задачу.

Через те, що резонансні частоти цільних ДР вже добре вивчені і їх можна визначити багатьма шляхами, то резонансні частоти КМР характеризуються за допомогою ефективної діелектричної проникності ε_{eff} , яка дорівнює такій відносній діелектричній проникності матеріалу цільного резонатора, для якої його резонансна частота співпадає з резонансною частотою КМР [5]. Ця характеристика теж не залежить від робочої частоти і значень розмірів резонатора, а визначається тільки співвідношеннями останніх.

У роботі [8] розглядається метод керування резонансною частотою КМР, в якому частини резонатора переміщують відносно один одного, і представлені розрахунки резонансної частоти в залежності від зазору між частинами КМР. Цікавим є завдання визначити резонансну частоту нижчого типу коливань КМР, поміщеного в прямокутний хвилевід, оскільки металеві стінки поблизу резонатора впливають на значення резонансної частоти КМР. Значення резонансної частоти залежить від його електрофізичних і геометричних параметрів, а вивчення впливу цих параметрів на характер перелаштування резонансної частоти - це актуальне завдання [4]. Під ефективністю керування резонансною частотою розуміють здатність максимально змінити резонансну частоту КМР при мінімальному переміщенні складових частин резонатора.

Щоб отримати залежність резонансної частоти сферичного резонатора в прямокутному хвилеводі використовують конструкцію, яка наведена на рис. 2а. Нижню частину резонатора закріплено на полістироловій підставці, а верхню частину кріплять до рухомого полістиролового поршня, що робить переміщення верхніх частин щодо нижніх частин резонатора.

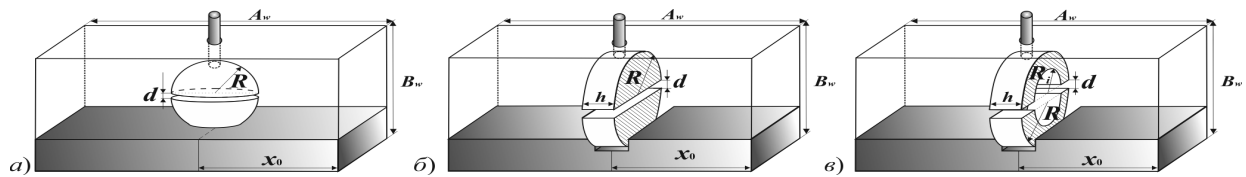


Рис. 2. Розташування резонатора в прямокутному хвилеводі:

а) сферичного; б) дискового; в) кільцевого. [2]

Для максимального збудження сферичний резонатор розташовують у центрі поперечного перерізу хвилеводу ($x_0 = A_w/2$). Керуючі елементи (п'єзоактюатор або електрострикційний рушій) розташовують поза прямокутним хвилеводом без внесення додаткових втрат, зберігаючи високу добротність резонатора. Але елементи, що утримують резонатор всередині хвилеводу, впливають на значення резонансної частоти. На рис. 3 показано, що відносна зміна резонансної частоти не перевищує 0,16% у разі використання основи та керуючого поршня, які виготовлені з матеріалів: Rogers R03003, поліамід і тефлон. Тому, щоб спростити цю модель і зменшити час розрахунку, керуючі елементи і підставка, на якій закріплений резонатор, не враховуються.

Повітряний зазор між складовими частинами резонатора - це діелектрична неоднорідність, яка розташовується перпендикулярно лініям електричного поля нижчого типу коливань резонатора. При різних значеннях повітряного зазору змінюється характер цієї неоднорідності, що приводить до збудження електромагнітного поля і зсуву резонансної частоти.

Розраховані значення нормованої резонансної частоти для різних значень діелектричної проникності резонатора продемонстровані на рис. 4а, де по осі абсцис відкладено нормовану відстань між частинами СДР, виражену у відсотках, а по осі ординат – значення нормованого хвильового числа.

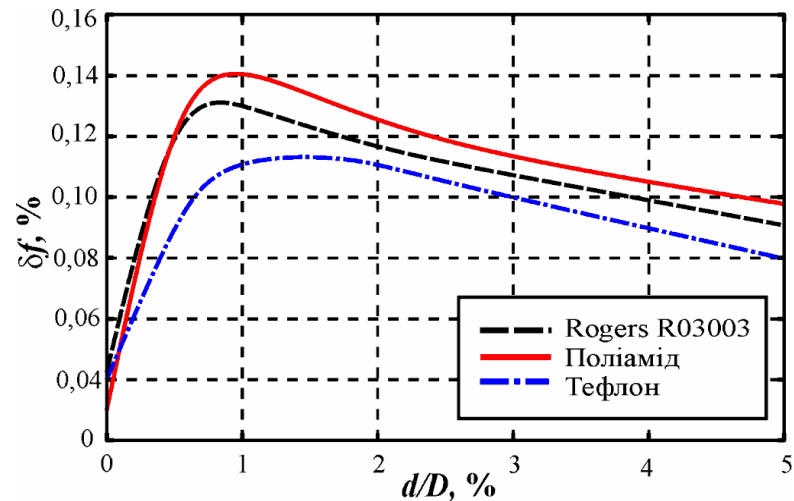


Рис. 3. Залежність відносної зміни резонансної частоти СДР від нормованої відстані між частинами резонатора для різних матеріалів підставки та керуючого поршня [2]

Змінюючи відстань між частинами резонатора на кілька відсотків, резонансна частота сферичного резонатора збільшується більш, ніж на 15%.

Ефективність зміни резонансної частоти залежить від параметрів КМР. При збільшенні діелектричної проникності матеріалу, збільшується і резонансна частота.

Для практики частіше використовують циліндричні резонатори, оскільки вони є простими за технологією виготовлення. Щоб отримати залежність зміни резонансної частоти резонатора, виготовлено у формі двох півциліндрів, від відстані між частинами резонатора використовують конструкцію, в якій резонатор розташовують в центрі прямокутного хвилевода (рис. 2б).

Провівши аналіз впливу діелектричної проникності матеріалу резонатора на резонансну частоту, отримують залежності ефективної діелектричної проникності від нормованої відстані між частинами резонатора, що мають різні відносні діелектричні проникності (рис. 4 а).

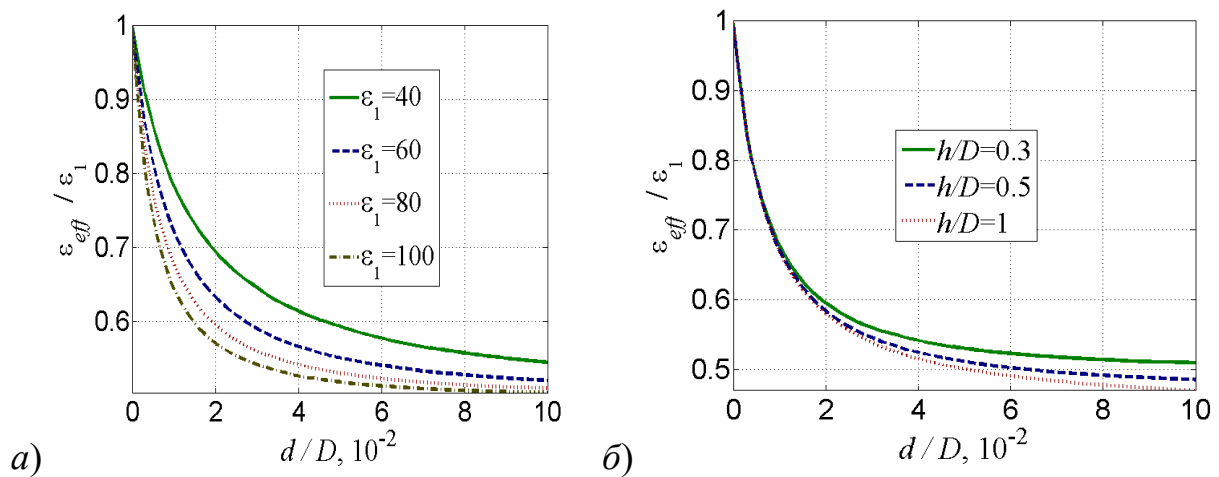


Рис. 4. Залежність нормованої ефективної діелектричної проникності від нормованої відстані між частинами дискового КМР і а) діелектричної проникності матеріалу для $h/D = 0,3$; б) відношення товщини резонатора до діаметра для $\varepsilon_1 = 80$ [2]

Видно, що якщо збільшити діелектричну проникність, збільшиться і ефективність зміни резонансної частоти при тих же значеннях повітряного зазору між частинами резонатора. Слід зазначити, що зміна відношення товщини резонатора h до діаметра D теж впливає на характеристики зміни частоти КМР. Діапазон зміни частоти зростає зі зростанням співвідношення h/D (рис. 4б). Так, зсув частоти циліндричного резонатора, виготовлений з матеріалу з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon_1 = 80$ при збільшенні відстані між його частинами на 15% від його діаметра становить біля 49% і 57% для відношень $h/D = 0,3$ і $h/D = 1$ відповідно.

Теж слід зазначити велику чутливість в області, коли зазор має малі значення між частинами КМР. Тут, при переміщенні складових частин на відстань 2% від його діаметра, що в сантиметровому діапазоні довжин хвиль становить десятки мікрометрів, можна забезпечити зсув частоти більш ніж на 36%.

Кільцеві резонатори часто використовують при проектуванні фільтрів НВЧ, оскільки в них більш розріджений спектр власних частот в порівнянні з

дисковими КМР. Для дослідження ефективності зсуву резонансної частоти кільцевого резонатора в прямокутному хвилеводі (рис. 2в), були розраховані залежності резонансної частоти від відстані між складовими частинами резонатора для різних співвідношень геометричних розмірів і діелектричної проникності матеріалу ДР. Після аналізу цих залежностей, можна сказати, що ефективність зсуву резонансної частоти за зміни повітряного зазору зростає як із зростанням відношення h/D і діелектричної проникності матеріалу резонатора ϵ_1 , що теж справедливо і для дискових КМР, так і з зростанням відношення R_i/R (рис. 5).

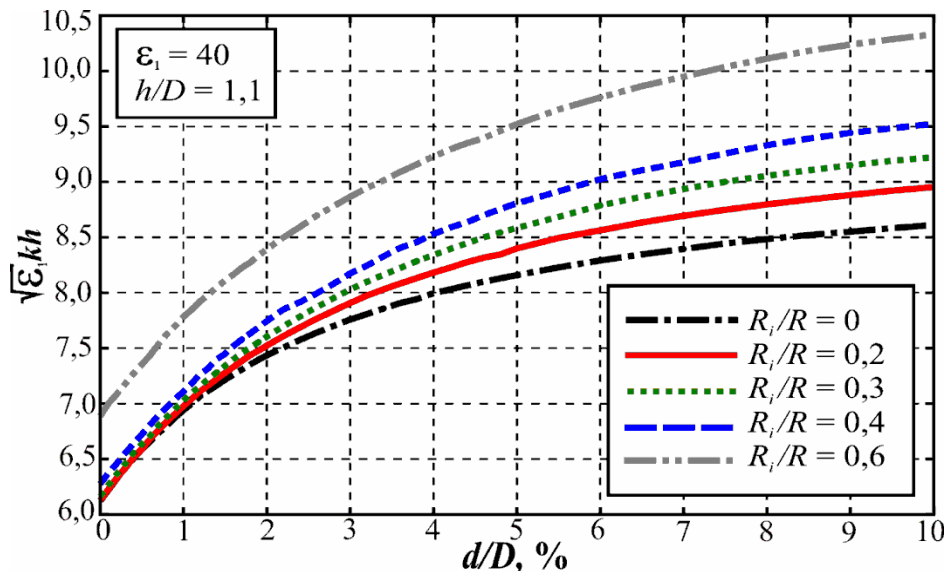


Рис. 5. Залежність нормованого резонансного хвильового числа від нормованої відстані між частинами кільцевого резонатора [2]

Після аналізу отриманих залежностей видно, що ефективність зсуву резонансної частоти після зміни повітряного зазору збільшується як при зростанні діелектричної проникності матеріалу ϵ_1 (рис. 6а), так і відношення h/a (рис. 6б), що також справедливо і для вище розглянутих резонаторів.

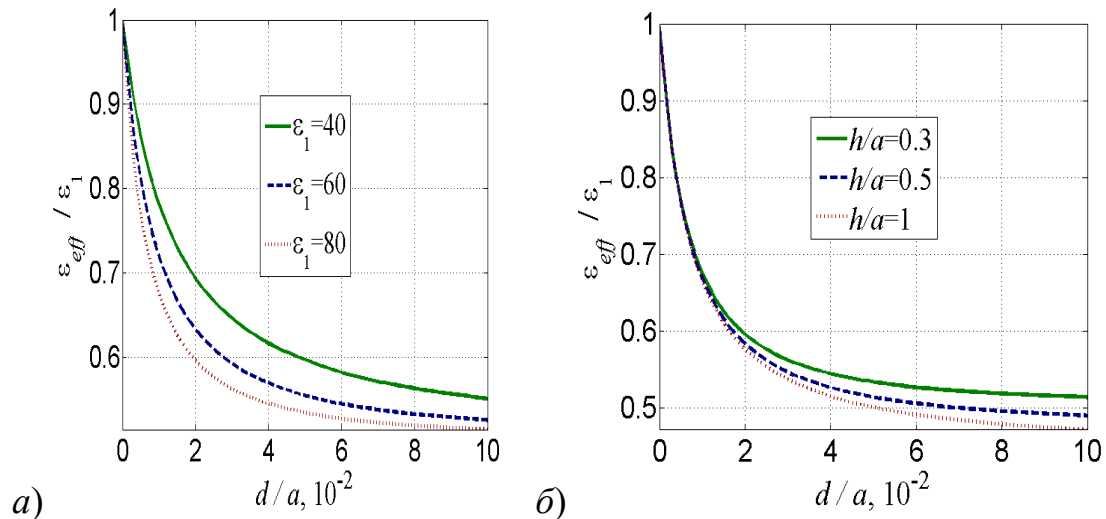


Рис. 6. Залежності нормованої ефективної діелектричної проникності від нормованої відстані між частинами прямокутного резонатора і а) діелектричної проникності матеріалу для $h/a = 0,3$; б) відношення товщини резонатора до діаметра для $\varepsilon_1 = 80$ [2]

Прямокутні резонатори часто використовують в фільтрах НВЧ, оскільки вони мають широкий діапазон зміни резонансної частоти їх легко виготовляти. Але змінивши форму резонатора, наприклад, додаючи циліндричний отвір по центру, то можна змінити функціональні можливості приладу [13].

Після аналізу отриманих залежностей, можна сказати, що ефективність зсуву резонансної частоти у разі зміни повітряного зазору збільшується як із зростанням відношення h/a і діелектричної проникності ε_1 , що також справедливо і для прямокутних резонаторів. При збільшенні відношення діаметра внутрішнього отвору до ширини резонатора D_i/a , зростає і діапазон зміни резонансної частоти (рис. 7). Проте після цього збільшується і ширина резонатора, розрахованого на одну і ту ж частоту. Для малих значень d абсолютні висоти повітряного проміжку, що необхідні для зсуву на одну і ту саму частоту будуть зростати. Це означає, що ефективність зміни за малого повітряного зазору зменшується разом при зростанні відношення D_i/a .

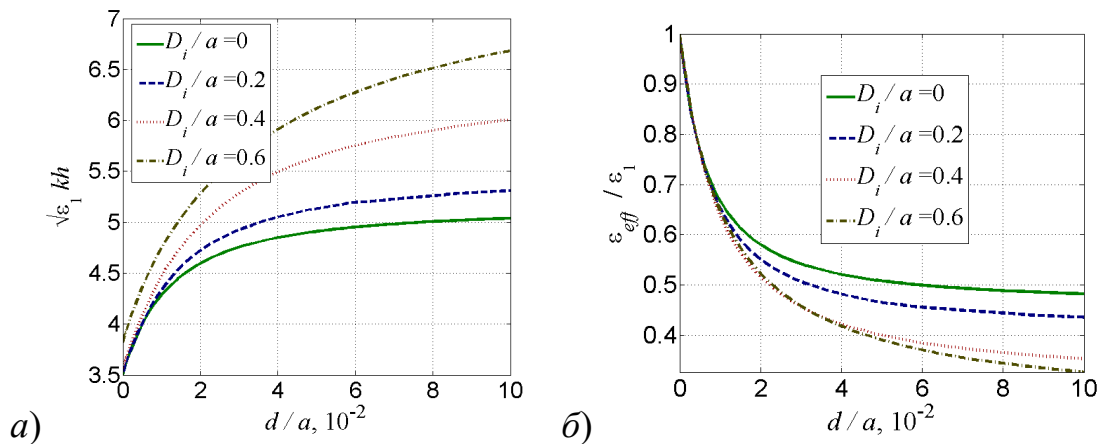


Рис. 7. Залежність нормованих резонансного хвильового числа (а) та ефективної діелектричної проникності (б) від нормованої відстані між частинами КМР, виконаного у формі прямокутних паралелепіпедів з циліндричним отвором, для різних співвідношень D_i/a для $\epsilon_1 = 80$ та $h/a = 0,6$. [2]

Кожен тип КМР, які були розглянуті показав, що змінивши відстань між частинами резонатора на кілька відсотків по відношенню до зовнішнього розміру, резонансна частота зміщується на десятки відсотків. В сантиметровому діапазоні довжин хвиль зміщення складових частин на кілька відсотків щодо діаметра резонатора становить сотні мікрометрів. Отже, для керування резонансною частотою сферичного резонатора можна використовувати швидкодіючі електромеханічні елементи, а саме п'єзо- або електрострикційні актюатори.

Розглянуті резонатори різної форми мають різну ефективність зсуву резонансної частоти в залежності від того, як співвідносяться геометричні параметри резонатора. Така особливість використовується для побудови перелаштовуваних багаторезонаторних фільтрів, де потрібно забезпечити керування резонансною частотою резонатора на різну величину за однакових зсувів їх складових частин. Цю особливість використовують в методиці компенсації розладу багаторезонаторних фільтрів на КМР [2].

1.4 Похибка вимірювання резонансної частоти КМР

Інструментальна похибка вимірювання резонансної частоти КМР включає:

- похибку вимірювання амплітуди параметрів матриці розсіювання;
- похибку генератора частоти;
- похибку вимірювання геометричних розмірів досліджуємого КМР;
- похибку визначення діелектричної проникності ϵ_1 .

Ці параметри впливають на похибку вимірювань резонансної частоти КМР. Цей вплив можна розрахувати як похибку непрямих вимірювань враховуючи статистичну незалежність похибок при окремих вимірюваннях параметрів і характеристик резонаторів наступним чином, де δf визначається як [13]:

для сферичного резонатора:

$$\delta f = \sqrt{\left(S_{\epsilon_1}^f \cdot \delta \epsilon_1\right)^2 + \left(S_R^f \cdot \delta R\right)^2 + \left(S_d^f \cdot \delta d\right)^2};$$

для дискового резонатора:

$$\delta f = \sqrt{\left(S_{\epsilon_1}^f \cdot \delta \epsilon_1\right)^2 + \left(S_R^f \cdot \delta R\right)^2 + \left(S_h^f \cdot \delta h\right)^2 + \left(S_d^f \cdot \delta d\right)^2};$$

для кільцевого резонатора:

$$\delta f = \sqrt{\left(S_{\epsilon_1}^f \cdot \delta \epsilon_1\right)^2 + \left(S_R^f \cdot \delta R\right)^2 + \left(S_{R_i}^f \cdot \delta R_i\right)^2 + \left(S_h^f \cdot \delta h\right)^2 + \left(S_d^f \cdot \delta d\right)^2};$$

для прямокутного резонатора:

$$\delta f = \sqrt{\left(S_{\epsilon_1}^f \cdot \delta \epsilon_1\right)^2 + \left(S_a^f \cdot \delta a\right)^2 + \left(S_h^f \cdot \delta h\right)^2 + \left(S_d^f \cdot \delta d\right)^2};$$

для прямокутного резонатора з отвором:

$$\delta f = \sqrt{\left(S_{\epsilon_1}^f \cdot \delta \epsilon_1\right)^2 + \left(S_{R_i}^f \cdot \delta R_i\right)^2 + \left(S_a^f \cdot \delta a\right)^2 + \left(S_h^f \cdot \delta h\right)^2 + \left(S_d^f \cdot \delta d\right)^2},$$

де S_{α}^f – чутливість резонансної частоти до зміни параметра α , $\delta\alpha$ – відносна похибка визначення параметра α .

Для використовуваного векторного панорамного вимірювача характеристик електричних кіл $\delta f_{\text{ген}} = 0,2\%$, а абсолютна похибка вимірювання S-параметрів $\Delta|S|$ залежить від вимірюваних величин і може бути визначена з графіка, наведеного на рис.8.

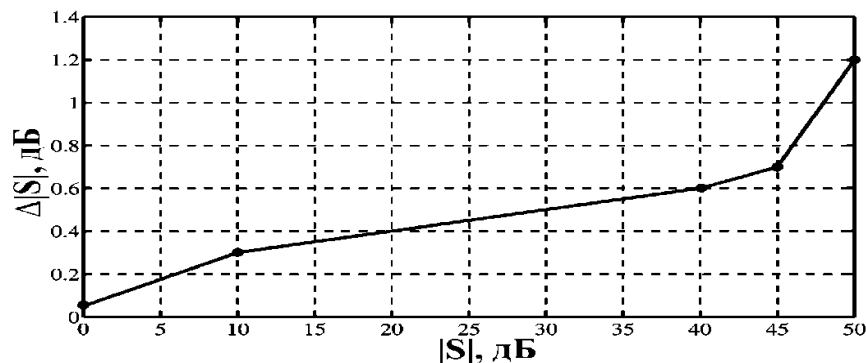


Рис. 8. Абсолютна похибка вимірювання S-параметрів векторного аналізатора електричних кіл [2]

Якщо скористатися вищенаведеними залежностями, то можна визначити результуючу похибку вимірювань. Усі чутливості, що входять у вираз для визначення похибки δf , були знайдені після чисельного диференціювання за відповідними параметрами визначеної залежності резонансної частоти КМР від його геометричних і електрофізичних параметрів.

Як приклад, проаналізуємо похибки вимірювання резонансної частоти на прикладі кільцевих резонаторів з параметрами: КМР 1: $\epsilon_1 = 40$, $R = 7,8$ мм, $R_i = 1,98$ мм, $h = 5,2$ мм; КМР 2: $\epsilon_1 = 80$, $R = 5,1$ мм, $R_i = 1,45$ мм, $h = 5,3$ мм і дискового резонатора КМР 3: $\epsilon_1 = 80$, $R = 2,1$ мм, $h = 2,3$ мм для експериментальних досліджень, наведених на рис. 9.

Відносну похибку вимірювання геометричних розмірів КМР можна розрахувати, використавши абсолютну похибку мікрометра ($\Delta = \pm 2$ мкм), яким вимірювались геометричні розміри, як: $\delta R_e = \Delta / R_e$, $\delta R_i = \Delta / R_i$, $\delta h = \Delta / h$,

$\delta d = \delta R_e \cdot R_e / d$. Всі методи вимірювання параметрів діелектриків в сантиметровому діапазоні довжин хвиль дають можливість визначити діелектричну проникність матеріалу КМР з відносною похибкою $\delta \epsilon_1 = 1\%$.

Залежності кінцевої похибки вимірювання резонансної частоти δf від нормованої величини зазору між частинами КМР наведено на рис. 9. Видно, що в області малих значень повітряного зазору між частинами резонатора похибка вимірювання збільшується порівняно з рештою діапазону зміни значення зазору. Це пояснюється тим, що резонансна частота КМР дуже чутлива до зміщення складових частин резонатора і похибки вимірювання товщини зазору.

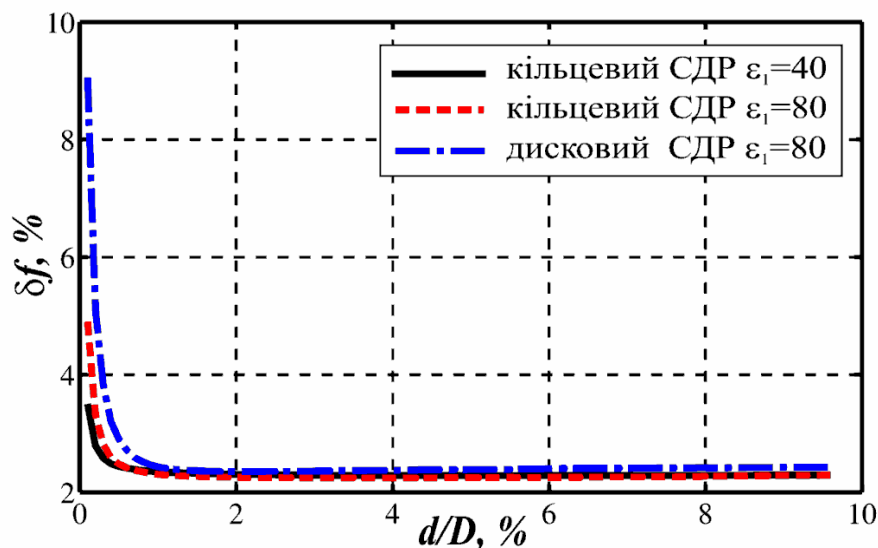


Рис. 9. Залежність результуючої похибки вимірювання δf від нормованої відстані між частинами кільцевого та дискового КМР [2]

1.5. Власна добротність діелектричних резонаторів

Найважливішою енергетичною характеристикою власних коливань ДР є його власна добротність Q_0 . Завдяки добротності можна врахувати дисипативні втрати в діелектричних областях КМР і кількісно відобразити незворотність перетворення енергії електромагнітного поля в енергію коливань кристалічної ґратки матеріалу, яка нагріває резонатор [2].

Знаючи структуру поля різних типів власних коливань КМР, можна розрахувати власну добротність:

$$Q_0^{-1} = \sum_i^n T_i \cdot \operatorname{tg} \delta_i,$$

де n – кількість областей з різними діелектричними проникностями, $\operatorname{tg} \delta_i$ – тангенс кута діелектричних втрат в i -й діелектричній області; T_i – структурний коефіцієнт добротності, який визначається як відношення парціального запасу енергії електромагнітного поля в i -й області до загального запасу енергії в ЕС.

$$T_i = \frac{\varepsilon_i \int_{V_i} |\mathbf{E}|^2 dV}{\int_{V_\Sigma} \varepsilon(V) |\mathbf{E}|^2 dV},$$

де V_i – об'єм i -ї області з відносною діелектричною проникністю ε_i , V_Σ – повний об'єм, який займає ЕС.

Розглядаючи складові резонатора з повітряним зазором і враховуючи, що тангенс діелектричних втрат повітря набагато менший, ніж у матеріалі резонатора ($\operatorname{tg} \delta_2 \ll \operatorname{tg} \delta_1$), можна записати добротність наступним чином:

$$Q_0^{-1} = T_1 \cdot \operatorname{tg} \delta_1.$$

У роботі [14] наведені залежності структурного коефіцієнта добротності для КМР у формі паралелепіпедів від зазору між частинами резонатора і показані можливості підвищити добротність до 30%. Сьогодні важливою є задача визначити залежності власної добротності резонатора від повітряного зазору між його частинами для резонаторів інших форм, оскільки вона ще не вирішена.

На рис. 10а наведені залежності нормованих значень власної добротності $Q_0 \cdot \operatorname{tg} \delta_1$ основного типу коливань сферичного резонатора від нормованої ширини повітряного зазору між частинами резонатора для різних діелектричних проникностей матеріалу. Бачимо, що використання повітряного

зазору з $\text{tg}\delta_2 = 0$ дозволяє збільшити добротність резонатора більш, ніж на 36% при зміщенні складових частин резонатора на відстань 3–4% від діаметра резонатора [2].

Збільшуючи діелектричну проникність матеріалу резонатора призводимо до зростання власної добротності для всіх співвідношень d/D , а також до зсуву максимуму добротності в області 3-4% відношення ширини діелектричного включення d до діаметра резонатора D .

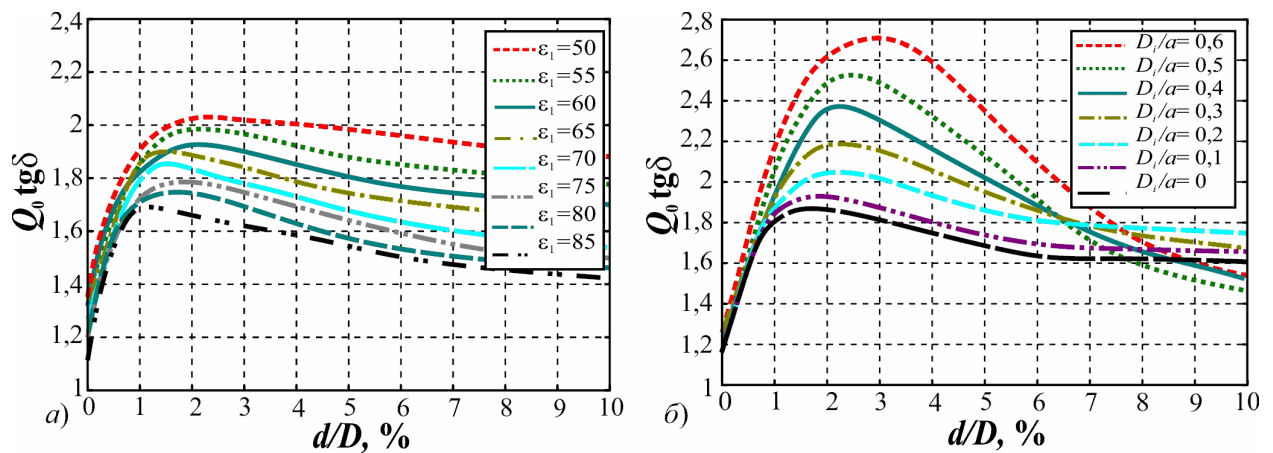


Рис. 10. Залежність нормованої власної добротності від нормованої відстані між частинами КМР: а) у формі півкуль для різного значення діелектричної проникності матеріалу; б) прямокутного КМР з циліндричним отвором для різних відношень внутрішнього діаметру до поперечного розміру [2].

Власну добротність прямокутного і циліндричного резонатора можна збільшити після внесення повітряної порожнини всередину резонатора. Циліндричний отвір всередині КМР збільшить власну добротність резонатора (рис. 10 б) для всіх співвідношень взаємної відстані між складовими частинами КМР до зовнішнього розміру ($d/D, d/a$).

2. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕФЕКТИВНОЇ ПРОНИКНОСТІ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ

2.1. Формула Максвелла-Гарнета

Формулу для розрахунку ефективної діелектричної проникності отримав Максвелл та Гарнетт в 1904р. На сьогодні вона є найбільш визнаною, оскільки дає найменшу розбіжність з експериментальними даними. За модель автор взяв двохкомпонентну суміш, яка складається з включень з діелектричною проникністю ε , вкраплених в однорідну матрицю з діелектричною проникністю ε_m .

За складом всі включення однакові, але відрізняються в об'ємі, формі та орієнтації. Електричне поле $\langle E \rangle$, усереднене за об'ємом V , яке оточує точку X , розраховується наступним чином:

$$\langle E(x) \rangle = \frac{1}{V} \int_V S(x + \xi) d\xi,$$

де V — довільний об'єм, що містить велику кількість включень.

Об'єм V складається з об'єму матриці та об'єму всіх включень, так що поле $\langle E \rangle$ записується так:

$$\langle E(x) \rangle = (1 - \rho) \langle E_0(x) \rangle + \rho \sum_k w_k \langle E_k(x) \rangle,$$

$$\langle E_m(x) \rangle = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} S(x + \xi) d\xi,$$

$$\langle E_k(x) \rangle = \frac{1}{V_k} \int_{V_k} S(x + \xi) d\xi,$$

де через V_m позначений об'єм матриці, v_k — об'єм k -го включення, ρ — частка об'єму, зайнята включеннями $w_k = \rho / \rho_k$; $\rho_k = v_k / V$. Вираз для усередненого вектора поляризації $\langle P(x) \rangle$ дається аналогічною формулою:

$$\langle P(x) \rangle = (1 - \rho) \langle P_0(x) \rangle + \rho \sum_k w_k \langle P_k(x) \rangle$$

Знаючи, що $P = \varepsilon_0 \chi E$, де $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — електрична стала, χ — діелектрична сприйнятність матеріалу маємо:

$$\langle P_m(x) \rangle = \varepsilon_0 \chi_m \langle E_m(x) \rangle, \quad \langle P_k(x) \rangle = \varepsilon_0 \chi_k \langle E_k(x) \rangle$$

де χ_m — діелектрична сприйнятність матриці, χ_k — діелектрична сприйнятність включень. Тензор діелектричної сприйнятності композиційного середовища χ_{av} визначається співвідношенням:

$$\langle P(x) \rangle = \varepsilon_0 \chi_{av} \langle E(x) \rangle,$$

Використовуючи вищенаведені формули отримуємо співвідношення:

$$(1 - \rho)(\varepsilon_{av} - \varepsilon_m 1) \cdot \langle E_m(x) \rangle + \rho \sum_k w_k (\varepsilon_{av} - \varepsilon_k 1) \cdot \langle E_k(x) \rangle = 0, \quad (2.1)$$

де ε_{av} — тензор ефективної діелектричної проникності, а 1 — одиничний тензор. Зрозуміло, що для того, щоб тензор ε_{av} не залежав від просторових координат, поля $\langle E_m \rangle$ та $\langle E_k \rangle$ повинні бути пов'язані лінійним співвідношенням.

Припустимо, що середні поля $\langle E_m \rangle$ та $\langle E_k \rangle$ пов'язані між собою наступним чином $\langle E_k \rangle = \lambda_k \langle E_m \rangle$, де λ_k — тензор, що залежить від форми та орієнтації k -ї частинки. Тоді (2.1) перетворюємо на:

$$(1 - \rho)(\varepsilon_{av} - \varepsilon_m 1) + \rho(\varepsilon_{av} - \varepsilon_k 1) \sum_k w_k \lambda_k = 0 \quad (2.2)$$

Отже, тепер потрібно обчислити суму, яка входить в (2.2), в якій w_k , відношення об'єму до сумарного об'єму всіх включень. Суму в (2.2) зручніше замінити на її наближення у вигляді інтеграла

$$\sum_k w_k \lambda_k = \int_k w(k) \lambda(k) dk$$

А зараз припустимо, що об'єм включення некорельований з його формою та орієнтацією, що кореляція між формою та орієнтацією відсутня та всі орієнтації рівноймовірні. З цього виходить, що

$$\sum_k w_k \lambda_k = \beta 1$$

$$\beta = \iint \Phi(L_1, L_2) \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} dL_1 dL_2 \quad (2.3)$$

де через $\Phi(L_1, L_2)$ позначено щільність ймовірності форми. Тоді ефективна (скалярна) діелектрична проникність

$$\varepsilon_{av} = \frac{(1 - \rho) \varepsilon_m + \rho \beta \varepsilon}{1 - \rho + \rho \beta} \quad (2.4)$$

Зазначимо, що вираз (2.4), який узагальнює діелектричну проникність Максвелла Гарнетта, не є інваріантним по відношенню до матриці та включень. Якщо замінити ε_m на ε і ρ на $(1 - \rho)$ то вираз для ε_{av} зміниться. Тому для опису двокомпонентної суміші за допомогою (2.4) треба вибирати, яка з компонент - матриця, а яка - включення.

$$\lim_{\rho \rightarrow 1} \varepsilon_{av} = \varepsilon, \quad \lim_{\rho \rightarrow 0} \varepsilon_{av} = \varepsilon_m$$

Співвідношення (2.4) неважко узагальнити на випадок багатокомпонентної суміші. Вважаючи, що всі припущення справедливі для кожного типу включень, то ефективна діелектрична проникність дорівнює:

$$\varepsilon_{av} = \frac{(1-\rho)\varepsilon_m + \sum \rho_j \beta_j \varepsilon_j}{1-\rho + \sum \rho_j \beta_j},$$

де ρ_j — частка об'єму, що припадає на включення j -го типу з діелектричною проникністю ε_j , позначена через ρ_j , $\rho = \sum \rho_j$.

Розклавши (2.4) у ряд по ступенях $\delta = \Delta / \varepsilon_m$, де $\Delta = \varepsilon - \varepsilon_m$ то отримаємо:

$$\varepsilon_{av} = \varepsilon_m \left[1 + \rho\delta - \frac{\rho(1-\rho)}{3}\delta^2 + \frac{\rho(1-\rho)(3\langle L^2 \rangle - \rho)}{9}\delta^3 + \dots \right],$$

$$\langle L^2 \rangle = \iint \Phi(L_1, L_2) (L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) dL_1 dL_2.$$

До членів порядку δ^2 ефективна діелектрична проникність не залежить від форми включень. Вже далі з точністю до членів порядку δ співвідношення (2.4) є симетричним щодо матриці та включень. Отже, маючи справу із сумішами, компоненти яких близькі за своїми характеристиками ($|\delta| \ll 1$), стає не важливим, яку з компонент називати включенням, а також можна не приймати до уваги їх форму.

Якщо всі включення мають форму сфери, то $\beta = 3\varepsilon_m / (\varepsilon + 2\varepsilon_m)$ і співвідношення (2.4) набуває вигляду

$$\varepsilon_{av} = \varepsilon_m \left[1 + \frac{3\rho \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{\varepsilon + 2\varepsilon_m} \right)}{1 - \rho \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{\varepsilon + 2\varepsilon_m} \right)} \right] \quad (2.5)$$

Саме цей вираз був вперше отримали Максвелл та Гарнетт

для розрахунку ефективної діелектричної проникності для випадку включень що мають сферичну форму.

Тісно пов'язаний розвиток - молекулярна теорія Лоренца про поляризацію. Ця теорія розглядає, здавалося б, іншу фізичну систему: сукупність точкоподібних поляризованих атомів або молекул у вакуумі. Мета однако: обчислити макроскопічну діелектричну проникність середовища, складеного цією колекцією молекул. Ключовим теоретичним інгредієнтом теорії Лоренца є так звана локальна корекція поля, і цей інгредієнт також використовується в теорії Максвелла Гарнета.

Дві вищезгадані теорії, здається, починаються з дуже різних першооснов. Теорія Максвелла Гарнета починається з макроскопічних рівнянь Максвелла, які, як вважається, дійсні в тонкому масштабі всередині композиту. Теорія Лоренца не припускає, що макроскопічні рівняння Максвелла справедливі локально. Молекули не можуть характеризуватися макроскопічними величинами, такими як проникність, всупереч невеликим включенням у композит. Однак теорія Лоренца все ще має макроскопічний характер. Він просто замінює опис включень з точки зору внутрішнього поля та поляризації кумулятивною характеристикою, що називається поляризацією. У межах наближень, використовуваних обома теоріями, два підходи є математично рівнозначними.

Важливим моментом є те, що ми не повинні плутати теорії гомогенізації, які діють із суто класичними та макроскопічними величинами з теоріями, що виводять макроскопічні рівняння Максвелла (та відповідні конститутивні параметри) з перших мікроскопічних принципів, що в цьому випадку є мікроскопічними рівняннями Максвелла та квантово-механічними законами руху. І теорії Максвелла Гарнета і Лоренца є першими. Прикладом другого роду є сучасна теорія поляризації [3,4], яка обчислює індуковані мікроскопічні струми у конденсованому середовищі (ця величина виявляється фундаментальною) за допомогою теорії функціональної щільності (DFT).

Цей підручник буде складатися з двох частин. У першій вступній частині ми розглянемо теорії Максвелла Гарнетта і Лоренца та тісно пов'язане співвідношення Клаузіус-Моссотті з тієї ж простої теоретичної точки зору. Ми не будемо намагатися дати точний історичний огляд або скласти вичерпний список посилань. Також було б досить безглуздо записувати широко відомі формули та робити кілька сюжетів для модельних систем. Швидше ми обговоримо основні підґрунтя цих теорій. У другій частині ми обговоримо кілька вдосконалених тем, які рідко висвітлюються в підручниках. Потім ми накреслимо метод отримання більш загальних теорій гомогенізації, в яких змішувальна формула Максвелла Гарнетта служить наближенням нульового порядку.

Протягом останніх ста років або наближення Максвелла Гарнетта та його узагальнення були отримані багатьма авторами за допомогою різних методів. В цьому підручнику висвітлити всі ці підходи та теорії нереально. Тому ми зробимо невдалий компроміс і не будемо обговорювати деякі важливі теми. Важливим недоліком є те, що ми не будемо обговорювати випадкові носії інформації [5–7] докладно, хоча перша частина підручника буде стосуватися однаково як випадкових, так і визначальних (періодичних) носіїв інформації. Іншою цікавою подією, про яку ми не будемо говорити, є так звані розширені теорії Максвелла Гарнетта [8–10], в яких включенням дозволяється мати як електричні, так і магнітні дипольні моменти.

Розглянемо деяку просторову область V об'єму V , що містить $N \gg 1$ дрібних частинок поляризованості α кожна. Ми можемо називати частинки як "молекули". Єдине важливе фізичне властивість молекули - це те, що вона має лінійну поляризацію. Питомий об'єм на одну молекулу - $v = V / N$. Далі будемо вважати, що V пов'язаний і досить "простий". Наприклад, ми можемо вважати плоско-паралельний шар або сферу. У цих двох випадках макроскопічне електричне поле всередині константи є важливим для наведених нижче

аргументів. Розставимо тепер всю систему в постійному зовнішньому електричному полі E_{ext} . Ми будемо враховувати електромагнітну взаємодію всіх подібних безсистемних, але ми врахували, що будемо враховувати трикутну частину цього поля.

Це формула Лоренца для проникності неполярного молекулярного газу. Знаменник у рівнянні припадає на відому локальну корекцію поля. Зовнішнє поле E_{ext} часто називають локальним полем і позначається E_L . Рівняння є лінійним відношення між локальним полем і середнім макроскопічним полем. Якби невідомо про те, що було виправлено головною точкою, ми могли б написати наївно $\epsilon = 1 + 4\pi \alpha / v$. Звичайно, у розведених газах знаменник у рівнянні. Для першого порядку в α / v наведена вище (неправильна) формула та рівняння. Різниці проявляються лише до другого порядку в α / v . Значення термінів вищого порядку в розширенні для ϵ , що володіє α / v , і діапазон застосувань формули Лоренца можна оцінити лише шляхом побудови більш суворої теорії, з якої утвердження може бути відмічено. Тут можна згадати, що у випадку розведених газів місцеве поле корекція відіграє більш важливу роль у нелінійній оптиці, де колювання поля можуть бути посилені нелінійними. Крім того, в деяких додатках теорії, що стосуються лінійної оптики конденсованого матеріалу (з ϵ суттєво різноманітною), точна форма знаменника у рівнянні. виявляється важливим.

Цікаво відзначити, що ми вивели локальну корекцію поля без звичного трюку визначення сфери Лоренца і припускаючи, що середовище поза цією сферою є справді безперервним і т. д. Підходи, однак, математично еквівалентні, якщо ми дістаємось до того, що відбувається в Лоренцькій молекулярній теорії поляризації. Виявлене вище словосполучення ілюструє один важливий, але часто недооцінений факт, а саме те, що математична природа наближення, зроблена теорією Лоренца, дуже проста: це нехтувати звичайною частиною виразу. Можна наблизити математичне наближення, записавши $E_d(r) = 4\pi/3 \delta(r) d$ замість рівняння. Іншого наближення чи припущення не потрібно.

Може здатися, що рівняння (16) не містить жодної нової інформації порівняно з рівнянням. (15). Математично це насправді так, тому що в одному з наступних рівнянь виникає інше. Однак у 1973 р. Purcell and Pennypacker запропонував числовий метод для вирішення крайових електромагнітних задач для макроскопічних частинок довільної форми [13], що ґрунтується на дещо нетривіальному застосуванні співвідношення Клаус і Моссотті. Основна ідея цього методу полягає в наступному. Ми знаємо, що рівняння (16) - наближення. Однак ми очікуємо рівняння. (16) стати точним у межі $a/h \rightarrow 0$, де $h \ll 1/3$ - характерна відстань між частинками, а a - характерний розмір частинок. Фізично ця межа не цікава, оскільки вона приводить до тривіальних результатів $a/v \rightarrow 0$ і $\epsilon \rightarrow 1$. Але це справедливо і для фізичних частинок. Що робити, якщо розглянути гіпотетичні точкоподібні частинки і призначити їм поляризацію, що випливає з рівняння. (16) з деяким експериментальним значенням ϵ . Виявляється, масив таких гіпотетичних точкових диполів, розташований на кубічній ґратці та обмежених для використання зразка, імітує електромагнітну реакцію останнього з довільно хорошою точністю, доки макроскопічне поле у зразку не сильно змінюється на шкалі h (тому h повинно бути досить малий). Таким чином, ми можемо замінити фактичну вибірку масивом N точкових диполів. Електромагнітні задачі зменшувались до розчинення N лінійних сполук-дипольних рівнянь, а відповідний метод відомий як дискретне дипольне наближення (DDA) [14]. Однією важливою особливістю DDA є те, що для вирішення сполученого дипольних рівнянь не слід ігнорувати регулярну частину рівняння. (2). Це незважаючи на те, що ми використали це припущення, щоб дійти до рівняння. (16) в першу чергу. Це може здатися заплутаним, але це насправді незаперечне, оскільки DDA може бути отриманий з більш загального розгляду, ніж того, що використовується вище. Спочатку це було здійснено дискретизуючи макроскопічні рівняння Максвелла, записані в цілісному вигляді [13]. Причина, чому регулярна частина рівняння. (2) необхідно зберігати в зв'язаних-дипольних рівняннях тому, що нас цікавлять

зразки довільної форми та регулярний part of Eq. (2) не справжній середній результат у цьому випадку. Більше того, ми можемо застосувати DDA за межею статичної межі, де таке скасування в принципі не відбувається. Звичайно, вираз для дипольного поля [Eq. (2)] і Клаузій - моссотерапія [урів. (16)] повинні бути змінені за межестатичним лімітом прийому врахування ефекту затримки, корекції випромінювання до поляризованості та інших виправлень, пов'язаних з кінцевою частотою [15] - інакше метод порушить дотримання норм закону. Зауважимо, однак, що якщо ми намагатимемося застосувати DDA до статичної задачі діелектричної сфери в постійному зовнішньому полі, ми будемо утримувати правильний результат від DDA, або без, без врахування взаємодії точка-диполь. Інші слова, якщо ми представляємо діелектричну сферу радіуса R та проникності ϵ на велику кількість N точкових диполів, рівномірно розподілених всередині сфери і характеризуються поляризацією, наведеною у рівнянні. (16), піддавши всі ці диполі зовнішньому полі і вирішивши виникаючі сполучені-дипольні рівняння, ми відновимо правильний результат для загального дипольного моменту великої сфери. Цей результат ми можемо отримати, не враховуючи взаємодії точкових диполів. Це можна показати, спостерігаючи, що аполяризація верхньої сфери, де α заданий рівнянням. (16). Крім того, ми можемо вирішити пов'язані між собою дидипольні рівняння з повним обчисленням взаємодії диполь-диполь на суперкомп'ютері і - що досить дивно - ми отримаємо той же результат. Це тому, що звичайні частини дипольних полів справді скасовуються в цій конкретній геометрії (до тих пір, поки $N \rightarrow \infty$, звичайно). Це просте спостереження підкреслює дуже глибоке теоретичне розуміння теорій Лоренца та Максвелла Гарнета.

Також зазначимо, що в контексті DDA корекція локального поля Лоренца є дуже важливою. Раніше ми зазначали, що ця корекція не дуже важлива для розведених газів. Але якби ми виходили з «наївної» формули $\epsilon = 1 + 4\pi \alpha / v$, ми отримали б неправильне співвідношення «Клаус і Моссотті» форми $\alpha / v \epsilon = 1 /$

4 π and, при цьому Визначення α / v , DDA точно не працюватиме навіть у найпростіших геометріях. На закінчення обговорення DDA ми хотіли б підкреслити один важливий, але часто недооцінений факт. А саме, точкові диполі, використовувані в DDA, не відповідають жодним фізичним частинкам. Їх нормалізована поляризація α / v обчислюється з фактичного ϵ матеріалу, що може істотно відрізнятися від єдності. Тим не менш, розмір цих диполів вважається зникаючим малим. У цьому відношенні DDA дуже відрізняється від наближення Фолді-Лакса [16,17], яке в фізичній літературі відоме як просто дипольне наближення (DA) і яке описує електромагнітну взаємодію досить малих фізичних частинок через дипольні радіаційні поля. Однак рівняння сполученого диполя формально однакові і в DA, і DDA. Співвідношення Клаузіус - Моссотті та пов'язане з ним спарене рівняння (в даний час застосовується до фізичних молекул) також були використані для вивчення захоплюючого явища.

Зараз ми готові отримати формулу змішування Максвелла Гарнетта. Почнемо з простого випадку малих сферичних частинок у вакуумі. Цей випадок концептуально дуже близький до молекулярної теорії Лоренца про поляризацію. Звичайно, остання працює з "молекулами", але єдиною важливою фізичною характеристикою молекули є її поляризація, α . Невелике включення в композит може також характеризуватися його поляризацією. Тому дві моделі майже однакові. Розглянемо сферичні частинки радіуса a і проникності ϵ , які розподіляються у вакуумі або по решітці, або випадковим чином, але в середньому рівномірно. Питомий об'єм на одну частинку - v , а об'ємна частка включень - $f = 4\pi / 3 a^3 / v$. Ефективну проникність такого середовища можна обчислити, застосувавши рівняння. (15) безпосередньо. Єдине, що ми зробимо - це замінити відповідний вираз α , який у розглянутому випадку задається рівнянням. (3).

Це змішувальна формула Максвелла Гарнета для невеликих включень у вакуумі. Підкреслимо, що, на відміну від теорії Лоренца про поляризацію, ϵ_{MG}

є ефективною проникністю композиту, а не звичайною прохідністю природного матеріалу. Далі ми знімаємо припущення, що фонове середовище є вакуумним, що не реально для композитів. Нехай середовище має пропускну здатність ϵ_h , а включення - проникність ϵ_i . Об'ємна частка включень все ще дорівнює f .

Нарешті, ми робимо один концептуально важливий крок, який дозволить нам застосувати формулу змішування Максвелла Гарнета до того ж, щоб розробити класифікацію композицій. Визначення (18) було отримано з припущенням, що включення є сферичними. Але (18) не містить інформації щодо форми включень. Він містить лише пропускну здатність хоста та включення та об'ємну частку останнього. Тому ми робимо гіпотезу, що рівняння (18) є допустимим наближенням для включень будь-якої форми до тих пір, поки середовище просторово рівномірно і ізотропно в середньому. Здійснення цієї думки вимагає певного стрибка віри, але більш друге виправдання буде дано у другій частині цього підручника.

Іншими словами, параметри хостена рівняння (26), не так, як параметри включень. Зазвичай заявляється, що формула змішування Максвелла Гарнета не симетрична. Але немає ніяких причин застосовувати різні правила до різних компонентів середовища, якщо ми щось не знаємо про їх форму або якщо об'ємна частка "хоста" значно більша, ніж "включення". На даний момент ми нічого не припускаємо про геометрію включень, крім ізотропії (див. останній параграф Розділу 2.D). Більше того, навіть якби ми знали точний геометрію для композиту, ми не могли знати, як його використовувати - формула змішування Максвелла Гарнета не забезпечує жодних регульованих параметрів для обліку змін в геометрії, які дозволять фіксувати фракції об'єму. Отже, єдиною причиною, по якій ми можемо розрізнити "хост" та "включення", є те, що об'ємна частка першої значно більша, ніж у другої. Як результат, теорія Максвелла Гарнета, очевидно, не застосовується, коли об'ємні частки всіх компонентів порівнянні. На противагу цьому формула змішування Брюггемена [21,22], яку ми отримаємо зараз, є симетричною щодо всіх компонентів

середовища і жоден з них не трактує по-різному. Тому його можна, принаймні формально, застосовувати до композитів із довільними об'ємними частками, не викликаючи явних суперечностей. Це не означає, що формула змішування Брюггемена завжди "правильна". Однак можна сподіватися, що вона може принести значні корективи рівнянню. (26) за умов, коли об'ємна частка включень не дуже мала. Зараз ми накреслимо основні логічні кроки, що ведуть до виведення формули змішування Брюггемена, хоча ці аргументи передбачають багато махання рукою. Спочатку давайте формально застосувати формулу змішування (26) до наступної фізичної ситуації.

Можна сказати, що господар фізично не присутній. Однак його проникність все ще входить до рівня рівня. (26). Ми вже знаємо, що рівняння (26) не застосовується до даної фізичної ситуації, але ми можемо розглядати проблему, що знаходиться під рукою, з дещо іншого кута. Припустимо, що у нас є композит, що складається з N компонентів, що займають велику просторову область V , таку як сфера, показана на рис. 2, і, крім цього. Тоді ми можемо застосувати формулу змішування Максвелла Гарнетта до композиту всередині V , хоча ми маємо сумніви щодо достовірності цієї операції. Тим не менш, ефективна проникність композиту всередині V не може залежати від ϵ_h , оскільки ця композиція просто означає, що не містить основного матеріалу. Як можна узгодити ці твердження? Фізично рівняння Брюггемена можна зрозуміти так. Візьмемо просторову область V , наповнену композитом, що складається з усіх N компонентів, і помістимо її в однорідну нескінченну середу з проникністю ϵ_h . Ефективна продуктивність Брюггемена ϵ_{BG} є спеціальною величиною ϵ_h , для якої дипольний момент V дорівнює нулю. Зауважимо, що дипольний момент V обчислюється приблизно, використовуючи припущення про невзаємодіючі «елементарні диполі» всередині V . Також дипольний момент визначається щодо однорідного фону, тобто $d_{tot} RV \epsilon_r - \epsilon_h / 4\pi E r d3r$ [див. дискусію після рівняння. (20)]. Таким чином, рівняння (29) можна розуміти як умову, що V змішується з фоном і не викликає макроскопічного

збурення постійного прикладеного поля. Тепер ми коротко обговоримо математичні властивості обчислення Брюггема. Умноживши рівняння (29) на $\Pi N n 1 \varepsilon n 2 \varepsilon BG$, отримаємо поліноміальне рівняння порядку N відносно εBG . Поліном має N (можливо, вироджених) коренів. Але для кожного набору параметрів лише одне з цих коренів є фізичним рішенням; решта - хибні. Якщо корені відомі аналітично, можна знайти фізичне рішення, застосувавши умову $\varepsilon BG f n 1 \varepsilon n$, а також вимагаючи, щоб εBG була безперервною і плавною функцією $f 1; \dots; f N$ [23]. Однак якщо N досить великий, коріння невідомо аналітично. У цьому випадку проблема сортування рішень вирішується чисельно, враховуючи так звані межі Вінера [24]. Тому останні слід відмовитися. Рішення (30) з $'''$ - це неперервна і гладка функція об'ємних дробів до тих пір, поки ми будемо використовувати квадратну кореневу гілку, визначену вище, і $f 1 f 2 1$. Якщо взяти $\varepsilon 1 \varepsilon h$, $\varepsilon 2 \varepsilon i$, $f 2 f$, тоді формули змішування Брюггемена та Максвела Гарнета збігаються з першим порядком у f , але терміни другого порядку різні.

Ми нарешті зауважимо, що однією з припущених переваг формули Брюггемена для змішування є те, що вона симетрична. Однак існує нефізична вимога, що саме ефективна проникність композиту має цю властивість. Уявіть композит, що складається з сферичних включень проникності $\varepsilon 1$ в однорідну опромінюваність $\varepsilon 2$. Летесфери представляють кубічну решітку і мають радіус відрегульований так, щоб об'ємна частка включень дорівнювала рівно $1/2$. Сфери були б майже недискретизованими, якщо чітко змінити пропускну здатність компонентів, але зберегти геометрію незмінною, ефективна проникність композиту зміниться. Наприклад, якщо сфери є провідними і діелектриком-господарем, то композит не веде в цілому. Якщо ми зараз зробимо провідникові хости і сфери діелектриком, то композит став би провідним. Однак формула змішування Брюггемена передбачає однакову ефективну проникність в обох випадках. Цей приклад показує, що вимога симетрії не є основоположенням, не враховуючи геометрії композиту. З цієї

причини формулу змішування Брюггемена слід застосовувати обережно, і насправді вона може вийти з ладу досить різко.

Отже, ми розглянули лише ізотропні композити. Під ізотропією ми маємо на увазі, що всі напрямки в просторі рівноцінні. Але що робити, якщо це не так? Формула змішування Максвелла Гарнета, задана рівнянням. (18) не може пояснити анізотропію. Для отримання узагальнення рівняння (18), яке може, ми розглянемо включення у вигляді рівномірно розподілених та аналогічно орієнтованих еліпсоїдів. Розглянемо спочатку збірку з $N \gg 1$ невеликих невзаємодіючих сферичних включень прохідності ϵ_i , які рівномірно заповнюють велику сферичну область радіусом R . Все вбудовано у головне середовище проникності ϵ_h . Поляризація α кожного включення задається рівнянням. (21a). Загальна поляризація цих частинок становить $\alpha_{tot} N\alpha$ (оскільки вважається, що частинки не взаємодіють). Тепер ми привласнюємо ефективну проникність ϵ_{MG} у велику сферу і вимагаємо, щоб у останнього було те саме

поляризація α_{tot} як сукупність невеликих включень. Цей стан призводить до рівняння. (25), що математично еквівалентно рівнянню (18). Тож щойно описана процедура - один із багатьох способів (і, мабуть, найпростіший) для отримання ізотропної формули змішування Максвелла Гарнета.

Тут числа v_r ($0 < v_r < 1$, $v_x v_y v_z = 1$) є коефіцієнтами деполаризації еліпсоїда. Аналітичні формули для v_r наведені в [25]. Для сфер (ар a) маємо $v_r = 1/3$ для всіх r , так що рівняння (32) зводиться до рівняння. (21a). Для пролатированих сфероїдів, що нагадують довгі тонкі голки ($a_x a_y \ll a_z$), маємо $v_x v_y \rightarrow 1/2$ та $v_z \rightarrow 0$. Для сплюснених сфероїдів, що нагадують тонкі млинці ($a_x a_y \gg a_z$), $v_x v_y \rightarrow 0$ і $v_z \rightarrow 1$. Нехай еліпсоїдальні включення рівномірно заповнюють великий еліпсоїд подібної форми, тобто напівосі R_x ; R_y ; R_z такі, що $a_r / a_{r0} = R_r / R_{r0}$ і $R_r \gg a_r$. Як було зроблено вище, ми призначаємо ефективність великої еліпсоїда ефективної коефіцієнта проникності $\hat{\epsilon}_{MG}$ і вимагаємо, щоб її

поляризація $\hat{\alpha}$ дорівнювала $N \hat{\alpha}$, де $\hat{\alpha}$ задано рівнянням. (32). Звичайно, різні напрямки в просторі в композиті вже не еквівалентні, і ми очікуємо, що $\hat{\epsilon}_{MG}$ буде тензорним; саме тому ми використовували символ накладних капелюхів у цій нотації. Математичний розгляд, однак, досить простий, тому що, як впливає із симетрії, ϵ_{MG} є діагональною у розглянутому еталонному кадрі. Позначимо основні значення (діагональні елементи) $\hat{\epsilon}_{MG}$ через ϵ_{MG}^p . Зауважимо, що всі тензори $\hat{\alpha}$, $\hat{\alpha}_{tot}$, $\hat{\epsilon}_{MG}$ і \hat{v} (деполяризаційний тензор) діагональні в одних осях і, отже, комутуються. Основні значення $\hat{\alpha}_{tot}$ даються в експресії, що дуже схоже на рівняння. (32), за винятком того, що α_p повинен бути заміщений R_p і ϵ_i повинен бути заміщений $\hat{\epsilon}_{MG}$.

Видно, що рівняння (34) зводиться до рівняння (18) if $v_p = 1/3$. Крім того, рівняння (34) має такі приємні властивості. Якщо $v_p = 0$, рівняння (34) виходить $\epsilon_{MG}^p = f \epsilon_i / (1 - f \epsilon_h h \epsilon_r)$. If $v_p = 1$, Eq. (34) виходить $\epsilon_{MG}^p = 1 / (1 - f \epsilon - 1 h h \epsilon - 1 r)$. У розділі 5 нижче побачимо, що ці результати точні.

Слід зазначити, що рівняння (34) впливає, що корекція локального поля Лоренца не є такою ж, як дана рівнянням (23). Дійсно, ми можемо використовувати рівняння. (34) для обчислення макроскопічного електричного поля E всередині великого «гомогенізованого» еліпсоїда, підданого зовнішньому полі E_{ext} .

Тут \hat{v} *diagnost* $v_x; v_y; v_z$ - тензор деполяризації. Різниця між рівняннями (35) і (23) не відповідає тому, що вираз формулювання $\hat{\alpha}$ є тензорним, а в останньому - малим. Це було б легко передбачити. Суттєва різниця полягає в тому, що рівняння (35) має коефіцієнт \hat{v} замість $1/3$. Вищеописану корекцію локальної корекції поля Лоренца можна легко зрозуміти, якщо згадати, що властивість (22) електричного поля, виробленого диполем, має місце лише в тому випадку, якщо інтеграція поширюється на сферу. Однак ми отримали рівняння (34) з припущення, що збірка багатьох малих еліпсоїдів імітує

електромагнітну реакцію великого «гомогенізованого» еліпсоїдофасиміларшапе. над еліптичною областю E , а не над сферою.

Насправді, рівняння (36) можна розглядати як визначення тензора деполяризації \hat{v} . Таким чином, конкретна форма рівняння (34) анізотропної формули змішування Максвелла Гарнетта було отримано через вимогу, щоб колекція малих еліпсоїдальних включень імітувала електромагнітний відгук великого однорідного еліпсоїда однакової форми. Але що робити, якщо великий об'єкт не є еліпсоїдоранелліпсоїдом різної форми? Це означає, що форма "гомогенізованого" об'єкта впливає на отриману формулу змішування Максвелла Гарнета, але відмінності є другим порядком у f . Дійсно, ми можемо поставити проблему наступним чином: Нехай $N \ll 1$ невеликі невзаємодіючі еліпсоїдальні включення з коефіцієнтами деполяризації v_r та поляризацією α [задано рівнянням. (32)] заповнюють рівномірно велику сферу радіуса $R \gg a_x$; a_y ; a_z ; знайти ефективну проникність сфери $\hat{\epsilon} \in 0MG$, для якої її поляризація $\hat{\alpha}_{tot}$ дорівнює $N \hat{\alpha}$.

Власне, рівняння (37) - лише одне з сімейства наближень, в якому множники $2f/3$ і $f/3$ в чисельнику і денмінаторофірстекспресія в рівнянні (37) замінюються на $1 - n_r f$ і $n_r f$, де n_r - коефіцієнти деполяризації для великого еліпсоїда. [Рівень (34)] виходить, якщо взяти $n_r v_r$; Eq (37) отримуємо, якщо візьмемо $n_r = 1$. Все ці апроксимація є еквівалентною для першого порядку в f . Чи можемо бути більш точними формули формули (34) і (37), точніші? Відповідь на це питання не є однозначною. Ефекти, які є квадратичними в f , також виникають через електромагнітну взаємодію частинок, і ця взаємодія не враховується в наближенні Максвелла Гарнетта. Крім того, композитна геометрія може бути більш загальною, ніж окремі еліпсоїдальні включення; в цьому випадку коефіцієнти деполяризації v_r не є чітко визначеними і їх слід розуміти в узагальненому розумінні як деякі чисельні заходи анізотропії. Якщо включення подібні ізольованих частинок, ми можемо використовувати рівняння. (36)

визначити коефіцієнти деполяризації для будь-якої форми; однак це визначення є досить формальним, оскільки рішення рівняння Лапласа виражається у вигляді лише трьох коефіцієнтів v_r лише у випадку еліпсоїдів. (Нескінченна послідовність подібного коефіцієнта може бути введена для більш загальних частинок.) Все-таки традиційна формула [урів. (34)] має приємні математичні властивості, і можна сподіватися, що в багатьох випадках це буде великою точністю, ніж урівнювання (37). Ми вже представляємо точні результати, що дають точні результати у двох граничних випадках еліпсоїдів з $v_r = 0$ і $v_r = 1$. Це наслідок використання симілярних форм для великий зразок та включення. Дійсно, в межі, коли, скажімо, $v_x, v_y \rightarrow 1/2$ and $v_z \rightarrow 0$, включення стають нескінченними циліндрами. Великий зразок також стає нескінченним циліндром, що містить безліч циліндричних включень значно меншого радіуса. Можна сказати, що межа, коли $v_x, v_y = 0$ і $v_z = 1$ відповідає одновимірній геометрії (шаруватій площини-паралельне середовище), а межа $v_x, v_y = 1$ і $v_z = 0$ відповідає двовимірній геометрії (нескінченно довгі паралельні волокна еліптичного перерізу). У цих двох випадках загальну форму зразка слід вибирати відповідно: плоскопаралельний шар або нескінченне еліптичне волокно. Загальна сферична форма зразка не сумісна з одновимірною двовимірною геометрією. Тому рівняння (34) зафіксує ці випадки краще, ніж рівняння. (37).

Тут v_{nr} - коефіцієнт деполяризації для n -го включення та r -ї головної осі. Помітна різниця між рівнянням. (39) та рівняння, наведене в роботі [26], полягає в тому, що коефіцієнти деполяризації в рівнянні (39) залежать від. В [26] та в інших літературних джерелах зазвичай передбачається, що ці коефіцієнти однакові для всіх компонентів середовища. Хоча це припущення може бути доречним у деяких особливих випадках, важко це виправдати загалом. Більше того, не очевидно, що тензор $\hat{\epsilon}_{BG}$ діагоналізується в тих же осях, що й тензори \hat{v}_n . Через цю невизначеність ми детально не розглянемо тенізотропні розширення теорії Брюггемена докладно.

Тут підрозділ ϵ_{eff} $x; y$ вказує, що результат застосовується до поляризації X або Y , і ми припустили, що кожна елементарна комірка структури складається з N шарів ширини h і n ϵ_{eff} $x; y$, де $P_n = \epsilon_{\text{eff}}$ $x; y$ $n = 1$. Результат (41) були давно відомі в статистиці. На кінцевих частотах це було встановлено в [27] шляхом взяття межі $h \rightarrow 0$, зберігаючи всі інші параметри, включаючи частоту, фіксованими. (У цій роботі Ритов розглянув більш загальну проблему шаруватих середовищ з нетривіальними електричними та магнітними властивостями.) Пряме виведення рівняння (41) на кінцевих частотах по лініях [27], що вимагають високої довжини розрахунків. Однак цей результат можна встановити без будь-якої складної математики, хоч і не настільки строго, застосовуючи поняття гладкого поля. З цією метою ми нагадаємо, що при гострих інтерфейсах танціальна компонента електричного поля $E_{\text{танціальна}}$ та нормальна складова переміщення D є безперервними.

У випадку поляризації X або Y електричне поле E є дотичним на всіх поверхнях розриву. Тому $E_x; y$ z в цьому випадку гладкий [28], тоді як $E_z = 0$.

Як варіант, два вирази у рівнянні (41) можна отримати як межі $v_r \rightarrow 0$ і $v_r \rightarrow 1$ анізотропної формули змішування Максвелла Гарнета (34). З часу рівняння (41) - точний результат, рівняння (34) також є точним у цих двох обмежувальних випадках. Отже, в одному вимірному шарі враховується вище, або електричне поле, або переміщення є плавним, залежно від поляризації. Більш загальне, тривимірний шафа, він не має такого приємного властивості. Однак припустимо, що для зовнішнього поля, застосованого вздовж осі r ($x; y; z$), і до деякого наближення, лінійна комбінація вигляду $S_r = \beta_r E_r + (1 - \beta_r) D_r$ $\beta_r = 1 - \beta_r \in [0, 1]$ E_r D_r гладка. Тут β_r - параметр змішування.

Параметр змішування β_r явно залежить від h , оскільки формула змішування Максвелла Гарнета не симетрична. Таким чином, анізотропне наближення Максвелла Гарнета [у рівн. (34)] еквівалентно припущенню, що для r -ої поляризації поле $1 - \beta_r$ h $v_r \in [0, 1]$ E_r D_r є гладким. Тому рівняння (34) може

бути використане в цілому, застосовуючи поняття гладкого поля. Отримані коефіцієнти деполяризації v_p

у цьому випадку як регульовані параметри, що характеризують складову анізотропію і не обов'язково пов'язані з еліпсоїдами. Альтернативна формула змішування [урівн. (37)] неможливо перетворити на середньозважену $\frac{h \epsilon_r F_p r i}{h F_p r i}$, з яких рівняння (45) і (46) - спеціальні випадки. Тому неможливо отримати еквівалент. (37) шляхом введення гладкого поля загальної форми $F_p \epsilon_r E_p r$, принаймні, не без явного вирішення рівняння Лапласа у фактичному складовому. Знайти рівне поле для рівняння Брюггемена також проблематично.

Обговорення гладкого поля в попередньому розділі тісно пов'язане з так званими межами Вінера щодо "правильної" ефективної проникності ϵ_{eff} композитного середовища. Звичайно, введення меж можливе лише в тому випадку, якщо ϵ_{eff} можна чітко і однозначно визначити. У другій частині цього підручника ми побачимо, що це дійсно так, принаймні, для періодичних композитів у межі $h \rightarrow 0$, h - період решітки. Формули змішування Максвелла Гарнета і Брюггемена дають деякі відносно прості наближення до ϵ_{eff} , але точне обчислення останньої кількості може бути складним. Межі Вінера та їх різні узагальнення можуть бути корисними для локалізації ϵ_{eff} або для визначення розумності даного наближення. Наприклад, межі Вінера були використані для ідентифікації фізичного кореня рівняння Брюггемена (29) для багатокомпонентної суміші [24].

Нерівність Вінера - не єдиний результат такого роду. Можна також записати $\min_n \epsilon_n \leq \epsilon_{eff} \leq \max_n \epsilon_n$; більш чіткі оцінки можна отримати, якщо є додаткова інформація про композит [30]. Однак усі ці нерівності не застосовуються до складних пропускових здатностей, які зазвичай зустрічаються на оптичних частотах. Цей факт породжує невизначеність, особливо якщо враховувати метало-діелектричні композити. Потужні результати призводять до узагальнення високоенергетичної якості для складних дозволів в 1980 році

Бергманом [31] та Мілтоном [32]. Цей результат ми констатуємо для випадку двокомпонентної суміші зі складовими пропускними здатностями ϵ_1 та ϵ_2 . Розгляньте складну площину ϵ і позначте дві точки ϵ_1 і ϵ_2 . Потім намалюйте дві лінії, що з'єднують ці точки: одну пряму, а іншу коло, що перетинає ϵ_1 , ϵ_2 та початок (три точки визначають коло). Нам потрібна лише частина цього кола - дуга, яка не містить початку. Дві лінії можна отримати, побудувавши параметрично побудова складних функцій $\eta f f \epsilon_1 1 - f \epsilon_2$ та $\zeta f f / \epsilon_1 1 - f / \epsilon_2 - 1$ при $0 \leq f \leq 1$ і позначені на рис. 3 як LWB (лінійна вінерська межа) та CWB (кругова пов'язана Вінером). Закрита область Ω (ми слідуємо позначенням Мілтона [32]) між лініями LWB і CWB - це місце всіх складних точок $\epsilon_{eff} p$, які можна отримати в двокомпонентній суміші. Можна сказати, що Ω доступний. Це означає, що при будь-якій точці $\xi \in \Omega$, що існує, існує композиція з $\epsilon_{eff} p \xi$. Межа Ω також є доступною, як було продемонстровано на прикладі одного-розмірного середнього inSection5. Проте, всі точки поза Ω недоступні - вони не відповідають $\epsilon_{eff} p$ будь-якої двокомпонентної суміші з фіксованими пропускними здатностями складових ϵ_1 та ϵ_2 . Ми не даємо математичного доказу цих властивостей Ω , але можемо зробити їх правдоподібними. Почнемо з одновимірного періодичного у напрямку Z двокомпонентного шаруватого середовища з деякими об'ємними частками f_1 і f_2 .

Ми будемо постійно деформувати композит, зберігаючи фіксовані об'ємні фракції, поки ми не виявимо середовище, ідентичне вихідному, за винятком того, що він повертається на 90° у площині XZ . У кінцевому стані $\epsilon_{eff} x$ відповідатиме точці A , а $\epsilon_{eff} y$ $\epsilon_{eff} z$ буде відповідати точці B . Проміжні стани цього перетворення породжуватимуть дві безперервні траєкторії [локуси точок $\epsilon_{eff} x$ і $\epsilon_{eff} z$], які з'єднують A і смугу однієї замкнутої петлі, починаючи і закінчуючи в B [локуси точок $\epsilon_{eff} y$]. Дві такі криві, що з'єднують A і B (дуги ACB і ADB), також показані на рис. 3. Тепер скануємо f_1 і f_2 з $f_1 1; f_2 0$ to $f_1 0; f_2 1$ Точки A і B будуть ковзати по лініях CWB і LWB від ϵ_1 до ϵ_2 , а криві, що їх з'єднують, заповнять область Ω повністю, поки жодна з цих кривих не

переступить межу Ω . З іншого боку, деформуючи композит між станами A і B , ми можемо дійти до стану довільної тривимірної модуляції геометрії заданих об'ємних дробів. Таким чином, для двокомпонентного середовища з довільними дробовими частками можна констатувати, що (i) $\epsilon_{eff} \in \Omega$ та (ii) якщо $\zeta \in \Omega$, то існує композит з $\epsilon_{eff} \in \zeta$. Тепер ми розглянемо різні криві, показані на рис. 3 більш докладно. Криві, позначені як $MG1$, $MG2$, відображають результати, обчислені формулою змішування Максвелла Гарнета (34) з різними значеннями v_r , як позначено. $MG1$ отримуємо, якщо припустити, що $\epsilon_h \in \epsilon_1$, $\epsilon_i \in \epsilon_2$, $f \in [0, 1]$. Тоді беремо вираз (34) і параметрично будуємо ϵ_{MG} як функцію f для $0 \leq f \leq 1$ для трьох різних значень v_r . $MG2$ отримують аналогічно, але, використовуючи $\epsilon_h \in \epsilon_2$, $\epsilon_i \in \epsilon_1$, $f \in [0, 1]$. Зауважте, що ϵ_{eff} використовуються, струми $MG1$ і $MG2$ не збігаються, оскільки Eq. (34) не є "симетричним" у значенні рівняння. (28). З цієї причини $MG1$ і $MG2$ не можуть бути точними одночасно в будь-якому місці, за винятком тісних околиць ϵ_1 і ϵ_2 . Оскільки немає жодних причин віддавати перевагу $MG1$ над $MG2$ or viceversa (якщо тільки 1 or 2 не є малим), $MG1$ і $MG2$ не можуть бути акуратними загальними, що є складним композитом, який певним чином сумісний з параметрами формули змішування. Цей пункт повинен бути зрозумілий вже з того факту, що композит, що утворюється, не утворюється з еліпсоїда зареєстрованого характеризується математично лише трьома факторами деполяризації v_r . Однак, обмеження $v_r \rightarrow 0$ і $v_r \rightarrow 1$, $MG1$ і $MG2$ збігаються один з одним і з LWB , або CWB . У цих межах $MG1$ і $MG2$ є точними. В Inpanel (a) ми також побудуємо криву BG , обчислену за формулою змішування Брюггемена [Eq. (30)] зі знаком "+". Ця крива BG слідує за $MG1$ в районі ϵ_1 і $MG2$ в районі ϵ_2 . Цей результат очікується, оскільки наближення Максвелла Гарнета і Брюггемена збігаються з першим порядком: див. У рівень (31) і рефалтаф $f \in [0, 1]$ для $MG2$. Дві дуги ACB і ADB , які з'єднують точки A і B , визначаються наступними умовами: Якщо продовжуватимуть повні кола, ACB перетне ϵ_1 і ADB перетне ϵ_2 .

Дуги можуть також можна отримати, будуючи графік ϵ_{MG} r , як задано рівнянням (34) параметрично як функція v_r для фіксованих f_1 і f_2 . Для побудови дуги ACB задаємо ϵ_1 , ϵ_2 if f_2 in Eq. (34), як це було зроблено для обчислення кривої MG1. Однак, замість фіксації v_r та змінної f , ми тепер фіксуємо f_1 і змінюємо v_r від 0 до 1. Аналогічно, дуга ADB отримується, встановивши ϵ_1 , ϵ_2 , f_1 і змінюючи v_r той же інтервал. Область, окреслена дугами ACB and ADB, позначається Ω_0 . Це важливо з наступної причини. Вище ми визначили область Ω , яка є локусом усіх точок ϵ_{eff} r для двокомпонентної суміші незалежно від об'ємних фракцій. Якщо ми зафіксуємо останнє на f_1 і f_2 , область дозволеного ϵ_{eff} r може бути додатково звужена. В [31,32] показано, що ця область точно Ω_0 . Зауважимо, що наближення Максвелла Гарнетта (34) зрівнюється з 1 і 2 у результаті результатів, які є межами Ω_0 (34) з деяким. Рішення ізотропного Брюггемена безпечно всередині Ω_0 [див. Пункт E на панелі (a)]. Як і Ω , область Ω_0 також доступна. Це означає, що кожній точці всередині Ω_0 відповідає певний композит із заданими ϵ_1 , ϵ_2 , f_1 , f_2 . Однак не очевидно, яким чином можна отримати доступ до меж Ω_0 . Вище ми бачили, що до меж Ω доступні розв'язки задачі гомогенізації в дуже простій одновимірній геометрії, в якій гладке поле S можна легко (і точно) визначити. Те саме стосується Ω_0 . Можна показати [31], що геометрія, для якої доступ до межі Ω_0 , є складом еліпсоїдів з покриттям, які щільно упаковані, щоб заповнити весь простір. Це можливо, якщо ми візьмемо нескінченну послідовність таких еліпсоїдів, що постійно зменшуються. Зауважимо, що всі основні осі еліпсоїдів повинні бути паралельними, ядро та оболонка кожного еліпсоїда повинні бути конфокальними, а об'ємні частки речовин ϵ_1 та ϵ_2 , що містять кожен еліпсоїд, повинні бути закріплені на f_1 і f_2 . Розташування, в якому ϵ_1 є серцевиною, і оболонка дасть одну кругову межу Ω_0 , а розташування, в якому ϵ_2 є кореспондентом ϵ_1 , буде давати іншу межу.

Звичайно, вищевказана композиція є суто математичною конструкцією. Це неможливо реалізувати на практиці. Однак цікавим є те, що в MaxwellGarnettmixingformula [Eq. (34)] виходить випромінюватисьдесятистороннягеометрія. Особливо, коли еліпсоїди є сферами, ізотропна формула Максвелла Гарнетта [урівн. (18)] точно. Ця ізотропна, довільно щільна упаковка покритих сфер прогресивно зменшених радіусів була розглянута Гашином та Штрикманом у 1962 році [30]. Тепер ми можемо зрозуміти, чому анізотропна формула змішування Максвелла Гарнета [урівн. (34)] є особливим. По-перше, він пробить область Ω повністю. Іншими словами, будь-яка двокомпонентна суміш з компонентами типу ϵ_1 - та ϵ_2 має ефективну проникність, основна величина ϵ_{eff} р thatareequalto avalue ϵ_{MG} р, отримана Eq. (34) з однаковими ϵ_1 і ϵ_2 (але, можливо, з різними об'ємними частками). По-друге, рівняння (34) обмежено Ω . Іншими словами, будь-яке значення ϵ_{MG} р, вироблене рівнянням. (34) дорівнює ϵ_{eff} р деякої складової з темою ϵ_1 і ϵ_2 (але можливо з різними об'ємними частками). Щоб включити обговорення меж, зауважимо, що [31,32] містять ще одна більш сильний результат. Якщо крім ϵ_1 ; ϵ_2 ; f_1 ; f_2 ,

також відомо, що композит в середньому є ізотропним, тоді дозволена область для ϵ_{eff} (нині скаляр) додатково зменшується до $\Omega_{00} \subset \Omega_0 \subset \Omega$. Тут Ω_{00} окреслений ще однією парою кругових дуг, які з'єднують точки C і D і, якщо продовжують кругообіг, також перетинають точки A і B. Ці дуги не показані на рис. 3.

Теорії Максвелла Гарнетта та Брюггемана дають деяке наближення до ефективного коефіцієнта проникності фактора композиту $\hat{\epsilon}_{eff}$. Межі Вінера та Бергмана-Мільтона, обговорені в попередньому розділі, не дають апроксимацій і не визначають $\hat{\epsilon}_{eff}$ точно, а лише обмежують його певним регіоном у складній площині. Однак сама можливість виведення наближень або розміщенняоблажника $\hat{\epsilon}_{eff}$ відштовхується від доступності однозначного

визначення цієї величини. У другій частині цього навчального посібника ми накреслимо підхід до визначення та обчислення $\hat{\epsilon}_{\text{eff}}$. Тепер зауважимо, що, як передбачається, це визначення задовольнить два наступні закони масштабування [10]. Перший закон - інваріантність під масштабуванням координат $\mathbf{r} \rightarrow \beta \mathbf{r}$, де $\beta > 0$ - довільна реальна константа. Іншими словами, результат не повинен залежати від фізичного розміру неоднорідностей. Звичайно, не можна очікувати, що дана теорія буде дійсною, коли розмір гетерогенності більший за довжину хвилі. Отже, вищевикладене твердження не стосується фізичної застосованості даної теорії. Швидше, мова йде про математичні властивості самої теорії. Можна сказати, що будь-яка стандартна теорія виходить у межі $h \rightarrow 0$, де h - характерний розмір неоднорідності, скажімо, періоду решітки. Терезультифтоксингтіліміт, очевидно, не залежить від h . Ці норми мають відносно коефіцієнт перешкод: If every ϵ_n of composite medium is scaled as $\epsilon_n \rightarrow \beta \epsilon_n$, then the effective permittibility (як обчислюється цією теорією) має змінюватися аналогічно, тобто $\hat{\epsilon}_{\text{eff}} \rightarrow \beta \hat{\epsilon}_{\text{eff}}$. Теорії (точні або приблизні), які відповідають вищевказаним двом законам, можна віднести до стандартних. Неважко помітити, що теорії Максвелла Грана і Брюггемена є стандартними. З іншого боку, так звані теорії розширеної гомогенізації, які враховують магнітний та більш високий порядок багатополемізмів цих включень, як правило, не відповідають законам масштабування.

У розділах 2–4 ми знаходили матеріали, що пояснюються в стандартних підручниках. Розділи 5–7 містять дещо менш стандартний, але лише математичний простий матеріал. Навчальний посібник може закінчитися тут. Однак ми не можемо не помітити, що представлені нами аргументи не є повними та не завжди математично жорсткими. Є кілька тем, які нам потрібно обговорити, якщо ми хочемо глибше зрозуміти теорії гомогенізації взагалі та формулу змішування Максвелла Гарнета, зокрема. По-перше, стандартні експозиції змішувальної формули Максвелла Гарнета з

Лоренцмолекуляртеорифполяризацією значною мірою покладаються на припущення, що поле поляризації $\mathbf{P} \propto \mathbf{E}$ - $1/4\pi$ \mathbf{E} є дипольним моментом на одиницю об'єму. Але це інтерпретація не потрібна для визначення параметрів конституційних параметрів макроскопічних рівнянь Максвелла

ні, взагалі, правильно. Фізична картина, заснована на поляризації, що є щільністю дипольного моменту, у багатьох випадках є адекватною, але в деяких інших випадках вона може вийти з ладу. Ми обережно працювали лише із сумарними дипольними моментами макроскопічних об'єктів. І все-таки цей пункт потребує додаткового обговорення. По-друге, локальна корекція поля Лоренца покладається на інтеграцію електричного поля диполя над сферами або еліпсоїдами кінцевого радіуса. Наївно можна припустити, що, оскільки інтеграл конвергентний для деяких кінцевих областей інтеграції, він також конвергується над усім простором. Але це припущення є математично невірним. Інтеграла електричного фільмудофастатичногополю, взятого на весь простір, не сходять до жодного результату. Тому, якщо ми довільно деформуємо поверхню, яка обмежує область інтеграції, ми отримали б результат довільної інтеграції. Насправді ми вже бачили, що цей результат залежить від того, сферична чи еліпсоїдальна поверхня. Ця залежність, у свою чергу, впливає на корекцію локального поля Лоренца. Отже, розробка більш жорсткого математичного формалізму, який не залежить від оцінки розбіжних інтегралів, є бажаним. По-третє, ми працювали в основному з інстинтиками. Веддідкіс обговорював кінцеві частоти в розділах, присвячених рівній області та меж Вінера та Бергмана-Мільтона, але не будь-якими суттєвими деталями. Однак теорія гомогенізації майже завжди застосовується на високих частотах. У цьому випадку рівняння (2) не застосовується; необхідно використовувати більш загальну формулу. Між іншим, інтеграл поля коливального диполя розходиться навіть сильніше, ніж у статичного диполя. Неправильно також використовувати чисто статичний вираз для поляризованості на кінцевих частотах.

2.2 Формула Браггемана

У 1935 р. Браггеман отримав наступний вираз для ефективної діелектричної проникності:

$$\delta \frac{\varepsilon - \varepsilon_{av}}{\varepsilon + 2\varepsilon_{av}} + (1 - \rho) \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_{av}}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_{av}} = 0 \quad (2.6)$$

Тут показано, що і формула Максвелла Гарнетта, і формула Браггемана для діелектричної проникності є наслідком одного і того ж інтегрального рівняння: залежно від виду наближень виходить та чи інша формула.

Висновки

У цьому розділі були розглянуті основні методи вимірювання НВЧ параметрів матеріалів, можливість застосовувати комбіновані структури для вимірювання НВЧ параметрів матеріалів, залежності резонансної частоти КМР від геометричних та електрофізичних параметрів, а також похибку вимірювання резонансних частот КМР.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

За допомогою пакету HFSS було знайдено залежності резонансної частоти $f_{\text{рез}}$, хвильового опору Z_0 та ефективної діелектричної проникності ε_{eff} від товщини зазору l . Ці залежності наведено у таблицях 3.1 – 3.3

Товщина полоску $z = 0.02$ мм, ширина $y = 3$ мм, товщина підкладки $L = 1.15$ мм

Таблиця 3.1

l , мм	$f_{\text{рез}}$, ГГц	Z_0	ε_{eff}
0.01	4.12	28.45	7.568
0.02	4.134	28.62	7.565
0.03	4.142	28.79	7.562
0.04	4.153	28.96	7.559
0.05	4.161	29.12	7.555
0.06	4.172	29.29	7.552
0.07	4.179	29.46	7.548
0.08	4.185	29.63	7.545
0.09	4.192	29.79	7.541
0.1	4.2	29.96	7.538
0.11	4.214	30.12	7.534
0.12	4.226	30.29	7.530
0.13	4.257	30.45	7.527
0.14	4.281	30.62	7.523
0.15	4.3	30.78	7.519

Товщина полоску $z = 0.05$ мм, ширина $y = 8$ мм, товщина підкладки $L = 1.15$ мм

Таблиця 3.2

l , мм	$f_{\text{рез}}$, ГГц	Z_0	ε_{eff}
0.01	6.08	13.97	8.751
0.02	6.121	14.08	8.750
0.03	6.139	14.18	8.749
0.04	6.144	14.28	8.744
0.05	6.151	14.39	8.741
0.06	6.163	14.5	8.738
0.07	6.172	14.61	8.734
0.08	6.195	14.71	8.731
0.09	6.212	14.82	8.728
0.1	6.231	14.93	8.726
0.11	6.252	15.04	8.723
0.12	6.261	15.14	8.721
0.13	6.284	15.24	8.719
0.14	6.291	15.35	8.717
0.15	6.3	15.42	8.715

Товщина полоску $z = 0.07$ мм, ширина $y = 10$ мм, товщина підкладки $L = 1.15$ мм

Таблиця 3.3

l , мм	$f_{\text{рез}}$, ГГц	Z_0	ε_{eff}
0.01	7.514	11.77	9.044
0.02	7.521	11.86	9.043
0.03	7.532	11.95	9.042
0.04	7.545	12.04	9.04
0.05	7.561	12.13	9.039
0.06	7.576	12.23	9.038
0.07	7.584	12.32	9.037
0.08	7.592	12.41	9.036
0.09	7.6	12.5	9.035

0.1	7.624	12.59	9.034
0.11	7.639	12.68	9.032
0.12	7.648	12.77	9.031
0.13	7.672	12.86	9.03
0.14	7.691	12.95	9.028
0.15	7.7	13.04	9.027

На основі цих залежностей було побудовано наступні графіки (рис. 3.1 – 3.3)

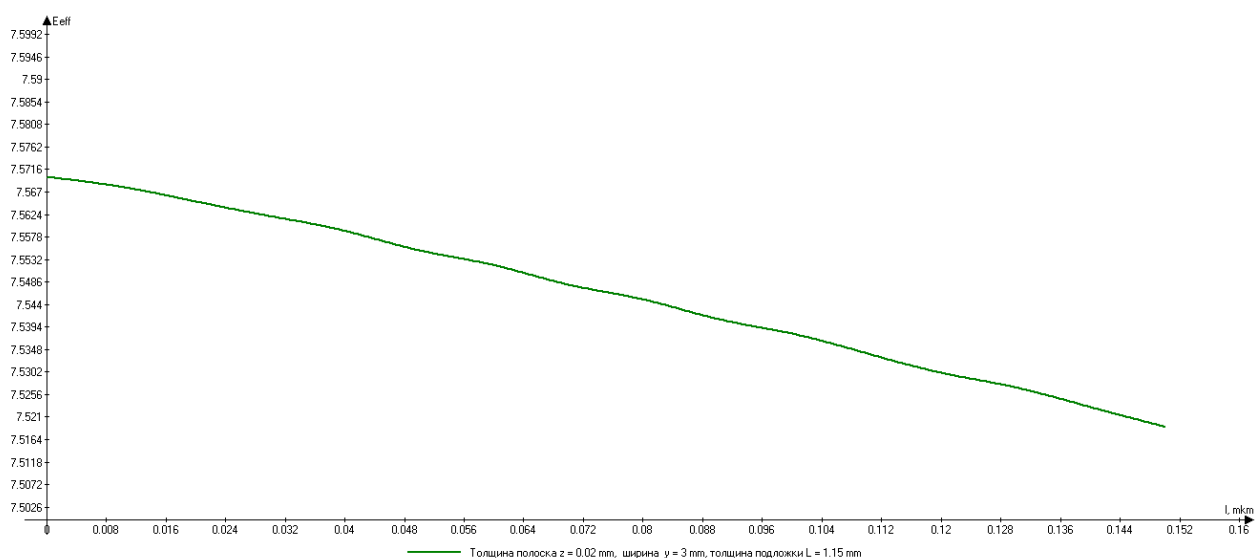


Рис. 3.1 Графік залежності ефективної діелектричної проникності від товщини зазору для $z = 0.02$ мм

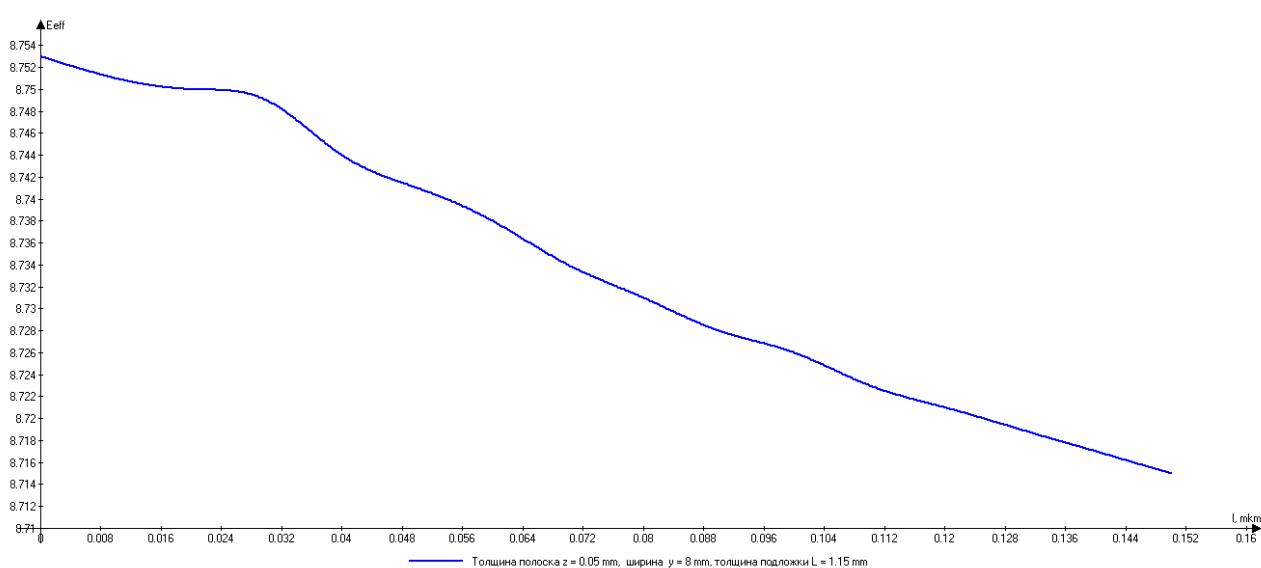


Рис. 3.2 Графік залежності ефективної діелектричної проникності від товщини зазору для $z = 0.05$ мм

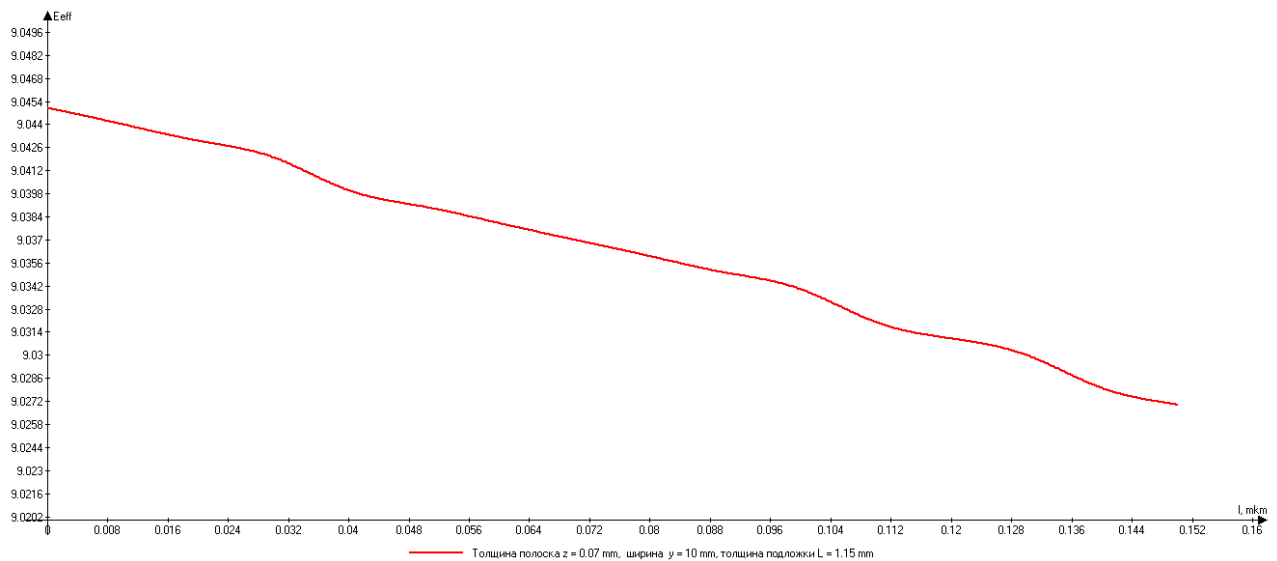


Рис. 3.3 Графік залежності ефективної діелектричної проникності від товщини зазору для $z = 0.07\text{ мм}$

З графіків видно, що вони близькі до прямих ліній, тому їх можна апроксимувати і знайти загальну формулу для побудови. Після апроксимації отримуємо наступні формули:

$$y = -0.351x + 7.573$$

$$y = -0.277x + 8.755$$

$$y = -0.120x + 9.045$$

Всім нам відома формула для розрахунку ефективної діелектричної проникності та хвильового опору:

$$Z_0 = 120\pi \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{\text{eff}}}} \frac{1}{\frac{W}{h} + 1.393 + 0.667 \ln\left(\frac{W}{h} + 1.4444\right)};$$

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_d + 1}{2} + \frac{\epsilon_d - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{h}{W}}};$$

$$\text{при } \frac{W}{h} \geq 1.$$

Розрахувавши значення параметрів за відомими формулами та за формулами, отриманими після апроксимації бачимо, що похибка становить близько 8%, що дає нам можливість використовувати отримані формули.

4. РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ

Таблиця 4.1 Опис ідеї стартап проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Ідея полягає розробити конструкцію фільтру з кращими характеристиками та вдосконаленою схемою керування	1. Мобільний зв'язок 2. Космічний та військовий зв'язок.	Кращі характеристики за нижчою ціною, при використанні недорогих матеріалів.

Таблиця 4.2 Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари/концепції конкурентів				W (слабка сторона)	N (нейтральна сторона)	S (сильна сторона)
		Мій проект	Конкур.1	Конкур.2	Конкур.3			
1.	Економічні	100 у.о.	620 у.о.	177 у.о.	338 у.о.			+
2.	Призначення	1. Мобільний зв'язок 2. Космічний та військовий зв'язок.	1. Мобільний зв'язок 2. Космічний та військовий зв'язок.	1. Мобільний зв'язок 2. Космічний та військовий зв'язок.	1. Мобільний зв'язок 2. Космічний та військовий зв'язок.		+	
3.	Надійності	Надійна високо	Дорого, але також	Механічні системи	Механічні системи	+		

		добротна система	надійне обладнання	керування	керування			
4.	Технологічні	Не треба налаштовувати після виробництва.	Треба налаштовувати після виробництва. Довгі розрахунки параметрів	Треба налаштовувати після виробництва.	Треба налаштовувати після виробництва.		+	
5.	Ергономічні	Зручність при керуванні та налаштуванні	Зручність при керуванні та налаштуванні	Зручність при керуванні та налаштуванні	Зручність при керуванні та налаштуванні		+	
6.	Органолептичні	-	-	-	-		+	
7.	Транспорتابельності	Маленькі розміри, встановлюється в маленьких корпусах.	Маленькі розміри, але система керування займає приблизно такі ж розміри, як і сам фільтр.	Маленькі розміри, але система керування займає приблизно такі ж розміри, як і сам фільтр.	Маленькі розміри, але система керування займає приблизно такі ж розміри, як і сам фільтр.			+
9.	Екологічності	-	-	-	-		+	
10	Безпеки	Безпечно	Безпечно	Безпечно	Безпечно		+	

Конкур. 1: НВЧ фільтр з керуванням за допомогою оптичної системи.

Конкур. 2: НВЧ фільтр з керуванням за допомогою механічної системи МЕМС.

Конкур. 3: НВЧ фільтр з керуванням за допомогою варисторної системи.

Технологічний аудит ідеї проекту

Таблиця 4.3 Технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1.	Легке керування характеристиками фільтру.	Планарна технологія	Стандартні методи металізації.	Доступні.
		Керуюча схема –однокаскадний підсилювач на біполярному транзисторі.	Перевірена роками технологія	Доступні.
Обрана технологія реалізації ідеї проекту: однокаскадний підсилювач на біполярному транзисторі.				

Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Таблиця 4.4 Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№ п/п	Показники стану ринку (найменування)	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	3
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	2670
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Зростає
4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	Відсутня
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	Відсутні
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	270

Ринок є привабливим для входження.

Таблиця 4.5 Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку)	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
	Необхідність фільтрувати переданий сигнал	Фірми зв'язку, програми військової та космічної сфери	Клієнтську поведінку формують державні укази, де планування та закупівля такої апаратури у відповідні установи.	Простота у керуванні, компактність, надійність.

Таблиця 4.6 Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1.	Наявність кваліфікованих кадрів	Потрібні кваліфіковані спеціалісти	Пошук персоналу в університетах та інститутах
2.	Потреба в ресурсах	Потрібне технічне забезпечення	Фінансування державними структурами

Таблиця 4.7 Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1.	Конкуренція	Розробка нових продуктів, менші витрати їх виробництва і вартість	Ускладнення структури товару
2.	Попит	Більшість клієнтів зацікавлені у введенні інновацій	Рекламна діяльність, реклама в інтернеті

Таблиця 4.8 Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
1. Вказати тип конкуренції олігополія	На ринку присутня невелика кількість фірм, які займаються випуском НВЧ фільтрів	Підвищувати якість товару за рахунок використання передових технологій та залучення кваліфікованого персоналу
2. За рівнем конкурентної боротьби національний	Місцезнаходження фірм не обмежується територіально; офіси розміщено у різних містах	Створювати веб-сайт компанії
3. За галузевою ознакою внутрішньогалузева	Економічна боротьба між різними товаровиробниками, які діють в одній галузі економіки, виробляють і реалізують однакові товари, що задовольняють одну й ту саму потребу, але мають відмінності у виробничих затратах, якості, ціні, тощо.	Слідкувати за продуктами конкурентів
4. Конкуренція за видами товарів: - товарно-видова	Конкуренція між товарами одного виду	Покращувати якість товару
5. За характером конкурентних переваг - цінова	Передбачає продаж продукції за більш низькими цінами, ніж конкуренти.	Продавати товар за низькою ціною.
6. За інтенсивністю - марочна	Боротьба носить явно виражений марочний характер, велике значення набуває брендинг	Реклама товару, створення символіки продукту

Таблиця 4.9 Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Постачальники	Клієнти	Товари-замінники
	“БЕЛЛА”, “Микран”,	Відсутні	Товар продається розробникам	Вимоги до якості	Замінники відсутні
Висновки:	Інтенсивність досить висока, бо продукт є наукоємким і тому не кожна фірма здатна розробити такий продукт	Відсутні	Постачальники не диктують умови роботи на ринку	Товар має бути якісним та дешевим	Обмеження відсутні

Таблиця 4.10 Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1.	Ступінь задоволення потреб користувача.	Продукт має мати зручний механізм керування.
2.	Якість розробки з точки зору оптимальності показників надійності	Продукт має працювати стабільно при помірному зовнішньому тиску, вологості та механічних коливаннях.
3.	Наявність наукових ресурсів	Необхідні кваліфіковані кадри для оптимізації розрахованих даних.
4.	Економічний (ціна товару)	Ціна товару не має бути занадто високою, щоб знайти потенційних покупців та сформувати імідж фірми.

Таблиця 4.11 Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін проекту

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні з “Electronic eye”						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
1.	Ступінь задоволення потреб користувача.	15						+	
2.	Якість розробки з точки зору оптимальності показників надійності	14					+		
3.	Наявність наукових ресурсів	17				+			
4.	Економічний (ціна товару)	20	+						

Таблиця 4.12 SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: економічна (ціна товару).	Слабкі сторони: ступінь задоволення потреб користувача.
Можливості: зниження витрат на виробництво продукції, покращення якості продукту; формування попиту у користувачів за рахунок реклами.	Загрози: треба знайти людей з певними навичками і знаннями і запропонувати вигідні умови для співпраці до того, як це зроблять конкуренти.

Таблиця 4.13 Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1.	Дослідження поведінки споживачів, пошук наукових ресурсів, розробка програмного забезпечення, створення реклами, взаємодія з органами державної влади для перевірки працездатності програмного	85 %	1.5 роки

	забезпечення		
2.	Дослідження поведінки споживачів, пошук інвесторів, пошук наукових ресурсів, створення програмного забезпечення, тестування	65%	2.5 роки

Обрано альтернативу № 1.

Розроблення ринкової стратегії проекту

Таблиця 4.14 Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи (сегменту)	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1.	Державні установи	Готові	Високий	Висока	Середня
2.	Приватні підприємства	Готові	Високий	Середня	Середня
Які цільові групи обрано: обрано цільову групу №1 та №2.					

Таблиця 4.15 Визначення базової стратегії розвитку

№ п/п	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку*
1.	1	За рахунок великих можливостей по об'ємах збуту товарів (портфеля укладених контрактів на	Витрати на виробництво	Стратегія лідерства на витратах

		постачання) і продуктивності підприємство може добитися менших витрат		
2.	2	Надання товару важливих з точки зору споживача відмітних властивостей, які роблять товар відмінним від товарів конкурентів. Така відмінність може базуватися на об'єктивних або суб'єктивних, відчутних і невідчутних властивостях товару бути реальною або уявною.	Формування попиту у користувачів за рахунок спеціального функціоналу та високої якості товару	Стратегія диференціації

Обрано стратегію лідерства на витратах.

Таблиця 4.16 Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№ п/п	Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки*
1.	Ні	Так	Так, основний функціонал і якісні показники	Наслідування лідера

Таблиця 4.17 Визначення стратегії позиціонування

№ п/п	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап-проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту (три ключових)
1.	Електрична розв'язка НВЧ системи зі схемою управління, зменшення впливу однієї на іншу.	Лідерства на витратах.	Низька ціна, просте керування, компактність.	Оптимальне співвідношення ціна/якість, наукоємність, співпраця.

Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

Таблиця 4.18 Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити)
1.	Постота керування та електрична розв'язка	компактність	Використання дешевих матеріалів, висока надійність.

Таблиця 4.19 Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові		
I. Товар за задумом	Фільтр на основі неоднорідних мікросмушкових лініях зі ступінчатою неоднорідністю та керованими характеристиками.		
II. Товар у реальному виконанні	Властивості/характеристики	М/Нм	Вр/Тх /Тл/Е/Ор
	1. Сумістність с сучасними НВЧ системами.	М	
	2. Низька ціна 100 у.о.	М	
	3. Використання механізму керування	М	
	4. Система зручна в керуванні		

	та налаштуванні.	М	
III. Товар із підкріпленням	До продажу: гарантія, надання кредиту.		
	Після продажу: монтаж, , доставка, обслуговування.		

Таблиця 4.20 **Визначення меж встановлення ціни**

№ п/п	Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
	-	150 – 1100 у.о.	11000 у.о. і вище	50 – 600 у.о.

Таблиця 4.21 **Формування системи збуту**

№ п/п	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
	Заказ товару на сайті або безпосередньо у розробників	Встановлення контакту, інформування, поділ, зберігання, сортування	Канал нульового рівня	Виробник безпосередньо збуває продукцію покупцям

Таблиця 4.22 **Концепція маркетингових комунікацій**

№ п/п	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
	Використання товару у цілях фільтрування НВЧ сигналів	Прямі - канал комунікації, коли інформація передається безпосередньо від	Низька ціна, проста система керування	Поширення відомостей про сервіс, демонстрація солідарності	Звернення засноване на відмінностях між рекламованим товаром і тим, що пропонують конкуренти.

		інформатора до інформованої особи		підприємств, безумовно о виконання взятих на себе зобов'язань; інформація про випробування товару і поліпшення його задля споживачів.	Звернення ґрунтується на тому чи іншому мотиваційному підході, покликаному впливати на споживчі переваги покупців - наприклад, функціональну перевагу, задоволення, імідж, захоплення і альтруїзм.
--	--	-----------------------------------	--	---	--

ВИСНОВКИ

В ході виконання магістерської дисертації було досліджено залежності резонансних частот, хвильового опору та ефективної діелектричної проникності КМР від геометричних та електрофізичних параметрів, розраховано і експериментально перевірено залежності ефективної діелектричної проникності від геометричних розмірів резонатора. Результати розрахунків добре узгоджуються з експериментальними даними. Аналіз отриманих результатів показав, що розраховані залежності можуть бути використані при постановці лабораторної роботи із дослідження діелектричної проникності матеріалів методом КМР.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Интегральные устройства СВЧ телекоммуникационных систем / М.Е.Ильченко, А.А. Липатов, Н.А. Могильченко[и др.].– К.: Техніка, 1998. – 109с.
2. Прокопенко Ю. В. Мікрохвильові діелектричні структури з мікромеханічним перелаштуванням частотних і фазових характеристик [Текст] : дис. доктора техн. наук : 05.27.01 дата захисту 7.06.2016 р./ Прокопенко Юрій Васильович. – К., 2016. – 383 с.
3. Микроволновые устройства телекоммуникационных систем : в 2-х т. / М.З. Згуровский, М.Е. Ильченко, С.А. Кравчук [и др.].– К. : Політехніка, 2003.Т. 2 : Устройства приемного и передающего трактов. Проектирование устройств и реализация систем.– 2003. –613 с. ISBN 966-622-121-7
4. Молчанов В.И. О возможности использования пьезоэффекта для управления резонансной частотой твердотельных СВЧ-фильтров / В.И. Молчанов, Ю.И. Якименко, В.М. Пашков // Проблемы интегральной электроники СВЧ: Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. 4-6 апреля 1984, г. Ленинград.– 1984.– С.156.
5. Молчанов В.И. Составной диэлектрический резонатор с воздушным зазором / В.И. Молчанов, С.В. Пятчанин, Ю.В. Прокопенко // Изв. вузов СССР. Сер.Радиоэлектроника.– 1987.– № 1.– С.31-35.
6. Пятчанин С.В. Составной перестраиваемый диэлектрический резонатор СВЧ / С.В. Пятчанин, Ю.В. Прокопенко, В.И. Молчанов // Диэлектрики и полупроводники. Респ. межвед. науч.-техн. сборник.– 1987.– Вып.32.– С.33-35.
7. Черный Б. С. Расчет электродинамических характеристик диэлектрических резонаторов с перестройкой частоты диэлектрическими дисками / Б. С. Черный // Изв. вузов СССР.Сер. Радиоэлектроника. — 1980. — №2. — С.60-66.
8. Швингер Ю. Неоднородности в волноводах / Ю. Швингер // Зарубежная радиоэлектроника.– 1970. –№3. –С.4-106.
9. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Миттры. –М.: Мир, 1977. – 486с.

10. Полосковые линии и устройства сверхвысоких частот: Под ред. В. М. Седых. - М.: Вища школа, 1974. - 276с.
11. Jia-Sheng Hong, M. J. Lancaster. Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. / A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., New York. -2001. -p. 456- 460
12. Л. Г. Малорацкий, Л. Р. Явич. Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях. - М.: Советское радио, 1972. - 232 с.
13. Д. Б. Халяпин. Коаксиальные и полосковые фильтры сверхвысоких частот. -М.: Связь, 1969. -63с.
14. Randall W. Rhea. HF Filter Design and Computer Simulation. / Noble Publishing, Atlanta. - 1994. - p. 432 - 434
15. Теория линий передачи сверхвысоких частот: Пер. с англ. /Под ред. А. И. Шпунтова. - М.: Советское радио, 1951. - 258с.
16. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / С.И. Бахарев, В.И. Вольман, Ю.Н. Либ и др.; под ред. В.И. Вольмана. – М.: Радио и связь, 1982. □ 328 С.
17. Беляев Б.А., Тюрнев В.В., Елисеев А.К. и др. Исследование микрополосковых резонаторов и устройств СВЧ на их основе. Часть I // Препринт № 415Ф ИФ СО АН СССР, Красноярск. □ 1987. □ 55 С.
18. Беляев Б.А., Тюрнев В.В., Васильев В.А., Рагзин Г.М. Исследование микро- полосковых резонаторов и устройств СВЧ на их основе. Часть II // Препринт № 448Ф ИФ СО АН СССР, Красноярск. □ 1987. □ 44С.
19. Справочник по элементам полосковой техники / О.И. Мазепова, В.П. Мещанов, Н.И. Прохорова и др., под ред. А.Л. Фельдштейна. – М.: Связь, 1979. □ 336 С.
20. Маттей Г.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Т. 1 и 2. – М.: Связь, 1971/1972. □ 439 С./313 С.
21. Малорацкий Л.Г. Микроминиатюризация элементов и устройств СВЧ. – М.: Сов. Радио, 1976. □ 316 С.

22. Беляев Б.А., Никитина М.И., Тюрнев В.В. Трехзвенный микрополосковый СВЧ фильтр // Препринт № 710Ф ИФ СО РАН, Красноярск. – 1992. – 60 С.